Problema N. 25

Due sorgenti coerenti, isotrope e puntiformi, S_1 ed S_2 sono poste, (nel vuoto), a distanza $d = 1\ \text{cm}$ una dall'altra, simmetricamente rispetto ad un asse orizzontale x (vedi figura). Ciascuna sorgente emette onde elettromagnetiche sinusoidali, sferiche, di frequenza $f = 6 \times 10^{15}\ \text{Hz}$, il cui campo elettrico ha un'ampiezza $E_1 = E_2 = 9 \times 10^{-2}\ \text{V/m}$.

Si supponga che la sorgente S_1 sia inizialmente circondata da un pannello sferico K totalmente assorbente.

Si determini:

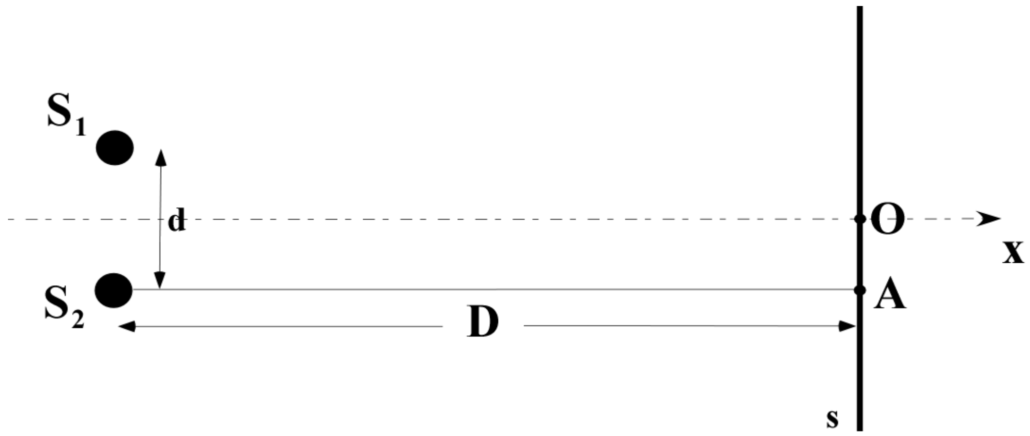
1) L'ampiezza del campo di induzione magnetica **B** nel punto A (distante *d/2* dall'asse x), sapendo che la distanza tra A ed S_2 vale $D = 10\ \text{m}$.
2) L'intensità (media) dell'onda elettromagnetica nel punto A.
3) La pressione di radiazione su un pannello totalmente assorbente posto in A, ed avente la normale che forma un angolo di 45° con il segmento $\overline{AS_2}$.

Si tolga ora, istantaneamente, il pannello sferico K che circonda S_1 e il pannello assorbente posto in A; si inserisca uno schermo *s*, perpendicolare all'asse x in O. In tale nuova situazione, determinare:

4) L'intensità (media) dell'onda elettromagnetica risultante nel punto A.

Solo dopo aver risposto alle precedenti domande, determinare:

5) Il numero di frange di interferenza tra i punti O ed A dello schermo *s*.



Traccia della soluzione

La lunghezza d'onda delle onde è $\lambda = \frac{c}{f} = 5\times10^{-8}$ m

1) Poiché ho onde sferiche $E = E(x)$. Il campo elettrico in A (dovuto ad S_2) è quindi di ampiezza

$E_2(A) = \frac{E_2}{D} = 9\times10^{-3}$ V/m , si ha poi $B = \frac{E}{c}$ da cui:

$B_2(A) = \frac{E_2(A)}{c} = 3\times10^{-11}$ Tesla

2) L'intensità media dell'onda elettromagnetica in A vale:

$\langle I_A\rangle_2 = \frac{1}{2}\frac{E_2(A)\,B_2(A)}{\mu_0} \cong 1{,}07\times10^{-7}$ W/m^2

3) La pressione di radiazione sul pannello (assorbente) posto in A è:

$p = \frac{\langle I_A\rangle_2}{c}\cos 45^\circ = 2{,}5\times10^{-16}$ Pa

4) In A arrivano ora due onde sfasate della quantità (in termini di cammino): $x_1 - x_2 = \overline{AS_1} - \overline{AS_2}$. La differenza di fase è:

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \simeq \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \simeq \frac{2\pi}{\lambda} d \,\mathrm{tg}\,\theta$ (essendo $d \ll D$)

Ma $\mathrm{tg}\,\theta = \frac{\overline{OA}}{D} = \frac{d}{2D} \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d^2}{2D}$ si ottiene allora:

$\delta = \frac{\pi}{5\times10^{-8}}\frac{(10^{-2})^2}{10} = 200\pi$

Essendo poi $d \ll D$ si può considerare $E_1(A) \simeq E_2(A) = 9\times10^{-3}$ V/m

Quindi $\langle I_A\rangle_{1,2} = 2\langle I\rangle_2 (1+\cos\delta) = 4{,}28\times10^{-7}$ W/m^2

(Se si fosse considerata la differenza tra $\overline{AS_1}$ ed $\overline{AS_2}$ si sarebbe ottenuto un risultato leggermente diverso poiché $\langle I_A\rangle_1$ è leggermente minore di $\langle I_A\rangle_2$). In tal caso $\langle I_A\rangle_{1,2} = \langle I_A\rangle_1 + \langle I_A\rangle_2 + 2\sqrt{\langle I_A\rangle_1\langle I_A\rangle_2}\cos\delta$ ottenendo $\langle I_A\rangle_{1,2} \simeq 4{,}2\times10^{-7}$ W/m^2

5) La larghezza delle frange di interferenza è (sullo schermo S):

$\Delta y = \frac{D}{d}\lambda = 5\times10^{-5}$ m , Essendo $\overline{OA} = \frac{d}{2} = 5\times10^{-3}$ m, si trova che tra O ed A ci sono $\frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-5}} = 100$ frange di interferenza.