Problema N. 33

Il laser NOVA del Lawrence Livermore National Laboratory in California è in grado di fornire una potenza $W = 100\,\mathrm{TW}$ in fasci impulsivi di onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda $\lambda = 0,26\,\mu\mathrm{m}$, di sezione $S = 1,0\,\mathrm{mm}^2$ e di durata $\tau = 1,0\,\mathrm{ns}$.

Supponendo che le onde (sinusoidali) si propaghino nel vuoto $\left(c = 3 \cdot 10^8\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$, calcolare:

1) l'energia contenuta in un singolo impulso;
2) la densità media di energia in un impulso.

Il fascio colpisce una fessura di larghezza $a = 0,5\,\mathrm{mm}$ posta su un diaframma opaco.

3) Calcolare la larghezza del massimo centrale della figura di diffrazione rilevabile su uno schermo sensibile all'onda posto a distanza $L = 4\ m$ dal diaframma.

^^^

Traccia della soluzione

1. Si ha immediatamente

$$U = W \cdot \tau = 10^{14} \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J} = 10^{5}\ \mathrm{J}$$

2.

Si ricorda che $dU_{EM} = w_{EM}\, dV = w_{EM}\, dS_{\perp}\, v\, dt$

$$I = \frac{dU_{EM}}{dS_{\perp}\, dt} = w_{EM}\, v$$

$$\langle I \rangle = \langle w_{EM} \rangle v$$

Se si indica con u la densità di energia EM ($w_{EM} \equiv u$) si ha

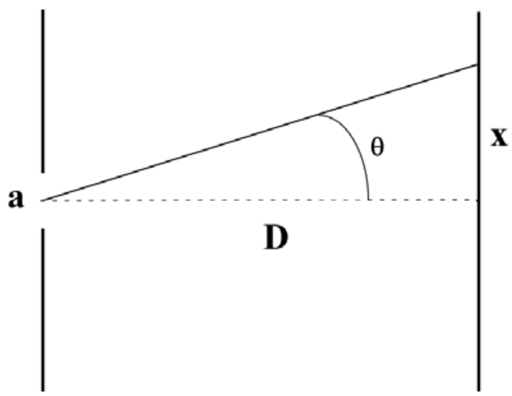
$\langle w_{EM} \rangle \equiv \langle u \rangle = \dfrac{\langle I \rangle}{v}$ e, per propagazione nel vuoto:

$$\langle u \rangle = \frac{\langle I \rangle}{c} = \frac{1}{c}\,\frac{U_{EM}}{S_{\perp}\,\tau} = \frac{1}{c}\,\frac{W\tau}{S_{\perp}\,\tau} = \frac{W}{c\,S_{\perp}}$$

Nel caso in questione pertanto:

$$\langle u \rangle = \frac{U}{S \cdot c \cdot \tau} = \frac{W}{S \cdot c} \cong \frac{10^{14}}{10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{8}}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} = \frac{1}{3}10^{12}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \cong 3.33 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$$

3. Prima di affrontare la soluzione della domanda 3, richiamiamo alcuni concetti sulla diffrazione



I minimi della diffrazione si hanno per

$a \operatorname{sen}\theta = m\lambda$ con m intero $(\neq 0)$;

per piccoli θ $\operatorname{sen}\theta \simeq \operatorname{tg}\theta \simeq \frac{x}{D}$

$x\frac{a}{D} = m\lambda$ e il primo minimo si ha per $m=1$ (e per $m=-1$)

$x_1 = \frac{D}{a}\lambda$

La larghezza del max centrale è $\delta = 2x_1 = \frac{2D}{a}\lambda$

La posizione del primo minimo rispetto al centro è circa

$$y_1 = \frac{\lambda}{a}L = \frac{2,6\cdot 10^{-7}}{5\cdot 10^{-4}}4\,\mathrm{m} = 2,08\,\mathrm{mm}$$

Il massimo centrale è largo il doppio. Pertanto $\Delta x = 4,16$ mm