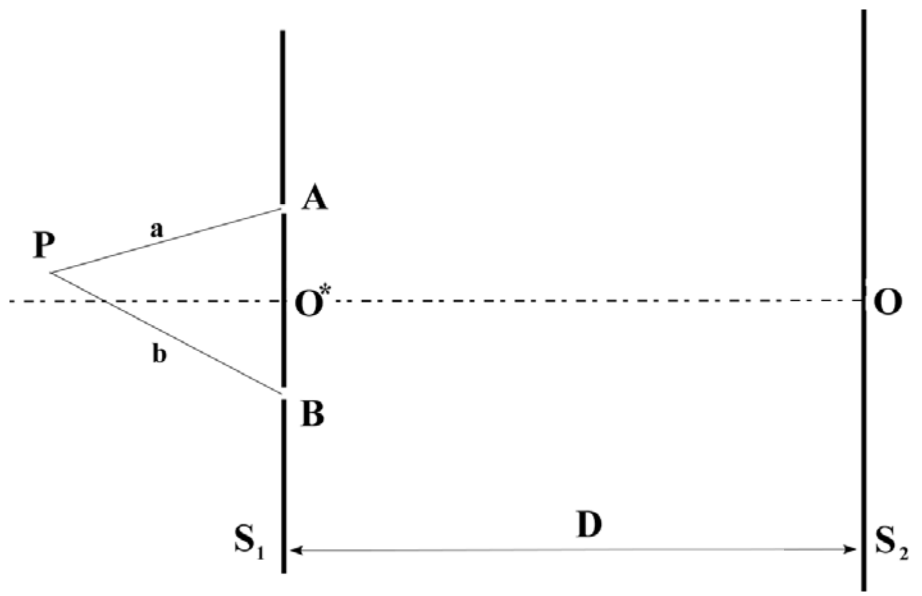
Problema N. 37

Una sorgente isotropa, monocromatica, puntiforme, emette luce nel vuoto, avente una frequenza $\upsilon = 6\text{x}10^{14}$ Hz. La sorgente è posta in un punto **P** (vedi figura) alla sinistra di uno schermo $\mathbf{S_1}$ su cui sono praticate due fenditure puntiformi **A** e **B**.
Le distanze della sorgente dalle due fenditure sono rispettivamente $\overline{PA} = a = 200$ cm e $\overline{PB} = b = 200.005$ cm. (Le due fenditure sono equidistanti dal punto O*).
Ad una distanza $D = 5$ m da $\mathbf{S_1}$ si trova un secondo schermo $\mathbf{S_2}$ (parallelo ad $\mathbf{S_1}$) su cui si osserva un sistema di frange di interferenza. Sapendo che l'angolo ϑ che individua la posizione del massimo centrale di tale sistema di frange è tale per cui si ha $\sin\vartheta = 5\text{x}10^{-3}$, determinare:

1) la distanza *d* tra le due fenditure **A** e **B**;
2) la posizione del massimo centrale ed il numero di massimi compresi tra tale posizione ed il punto **O**;

Si supponga ora di riempire la regione di spazio compresa tra i due schermi $\mathbf{S_1}$ ed $\mathbf{S_2}$ con un mezzo rifrangente avente indice di rifrazione $n = 1.25$. Determinare, in tale nuova situazione:

3) il numero di massimi compresi tra la posizione del massimo centrale ed il punto **O**.



Soluzione.

Domanda 1)

La condizione per i massimi di interferenza può essere scritta, in termini di cammino ottico, tenendo conto che le due sorgenti secondarie che nascono dalle fenditure A e B sono sfasate (i cammini percorsi a partire da P per giungere in A e B sono infatti diversi della quantità b-a):

$$\Delta r = d\sin\vartheta - (b-a) = m\lambda$$

Si ha ovviamente, per la lunghezza d'onda λ nel vuoto $\lambda = \frac{c}{\upsilon} = \frac{3\text{x}10^{8}}{6\text{x}10^{14}} = 5\text{x}10^{-7}$ m

Per il massimo centrale (che dovrà trovarsi sullo schermo S_2 al di sotto di O), si ha $m = 0$ per cui si ottiene: $d = \frac{b-a}{\sin\vartheta} = 1$ cm

Domanda 2)

Considerando la approssimazione (valida per piccoli angoli ϑ) per cui si ha $\sin\vartheta \cong tg\vartheta = \frac{x}{D}$, si ottiene, rispettivamente per il massimo centrale e per il massimo di ordine $m = 1$ (ragionando in termini di valori assoluti per le posizioni dei massimi sullo schermo $\mathbf{S_2}$) :

$$x_{m=0} = \frac{D}{d}(b-a) = 2.5 \text{ x } 10^{-2} \text{ m} \qquad x_{m=1} = \frac{D}{d}\left[(b-a)+\lambda\right] = 2.525 \text{ x } 10^{-2} \text{ m}$$

La larghezza delle frange di interferenza vale pertanto:

$$\Delta s = x_{m=1} - x_{m=0} = \frac{D}{d}\lambda = 2.5 \text{ x } 10^{-4} \text{ m} = 0.25 \text{ mm}.$$

Tra il punto O ed il massimo centrale della figura di interferenza ci sono quindi: $\frac{x_{m=0}}{\Delta s} = 100$ massimi di interferenza.

Domanda 3)

Quando lo spazio tra i due schermi viene riempito da un mezzo rifrangente occorre considerare, per la parte di cammino relativo a tale spazio, una lunghezza d'onda della luce data da $\lambda^* = \frac{\lambda}{n} = 4\text{x}10^{-7}$ m. La posizione del massimo centrale di interferenza non cambia rispetto alla situazione con il vuoto (essa non dipende da λ, essendo $\Delta r = d\sin\vartheta - (b-a) = m\lambda = 0$), mentre si modifica la posizione degli altri massimi.

In particolare, per $m = 1$ si ottiene $x^*_{m=1} = \frac{D}{d}\left[(b-a)+\lambda^*\right] = 2.52 \text{ x } 10^{-2}$ m. Pertanto

$$\Delta s^* = x^*_{m=1} - x_{m=0} = \frac{D}{d}\lambda^* = 2 \text{ x } 10^{-4} \text{ m}.$$

Tra il massimo centrale ed il punto O si hanno ora $\frac{x_{m=0}}{\Delta s^*} = 125$ massimi di interferenza.