

Problema N° 17

Un condensatore a facce piane e parallele, con le armature di area S poste ad una distanza d , viene caricato in modo che la differenza di potenziale (d.d.p.) ai suoi capi sia $\Delta V \equiv V$. Successivamente le armature vengono isolate.

1. Determinare l'energia W_E immagazzinata nel condensatore.

Viene poi immessa tra le armature, e parallelamente ad esse, una lamina metallica piana, molto estesa e di spessore h . Si determini:

2. Il lavoro che si deve effettuare per introdurre tale lamina;

3. La nuova d.d.p. V' tra le armature.

Si assumano i seguenti valori:

- $S = 100 \text{ cm}^2$
- $d = 2 \text{ cm}$
- $V = 500 \text{ Volt}$
- $h = 1 \text{ mm}$

e si consideri la superficie della lamina pari ad S .

(si trascurino gli effetti dei bordi)

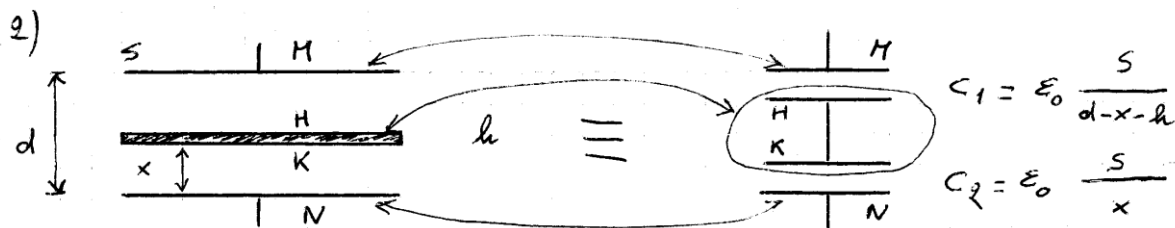
Soluzione

1) Quando tra le armature c'è il vuoto, la capacità del condensatore è

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 8,85 \times 10^{-12} \times \frac{100 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} = 4,425 \text{ pF}$$

L'energia immagazzinata nel condensatore è:

$$W_E = \frac{1}{2} C_0 V^2 = \frac{1}{2} \times 4,425 \times 10^{-12} \times 500^2 \approx 5,53 \times 10^{-7} \text{ J}$$



La carica delle armature M ed N è sempre quella che si aveva nella situazione con il vuoto (domanda 1)

$$\text{e quindi } Q = C_0 V = 4,425 \times 10^{-12} \times 500 \approx 2,21 \text{ nC}$$

Nella situazione con lamina metallica (\equiv conduttrice) si può considerare lo schema equivalente disegnato (figure di destra), che corrisponde a due condensatori in serie. Si ha allora, per la capacità equivalente:

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \epsilon_0 \frac{S}{d-h} \quad (\text{indipendente da } x)$$

$$C' = 8,85 \times 10^{-12} \frac{100 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2} - 1 \times 10^{-3}} \approx 4,658 \times 10^{-12} \text{ F}$$

Si ha quindi

$$W' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} \approx 5,24 \times 10^{-7} \text{ J} \quad \text{Si ha } W' < W$$

Il lavoro che si dovrà fare dall'esterno sarà quindi:

$$L_e = W' - W \approx 5,24 \times 10^{-7} - 5,53 \times 10^{-7} = -0,29 \times 10^{-7} \text{ J}$$

Essendo tale $L_e < 0$ significa che in realtà non si compie lavoro dall'esterno. Tale lavoro è compiuto dalle forze del campo elettrico.

$$3) \text{ Si ha } V' = \frac{Q}{C'} \approx \frac{2,21 \times 10^{-9}}{4,66 \times 10^{-12}} \approx 474 \text{ V}$$

$$(V' < V)$$