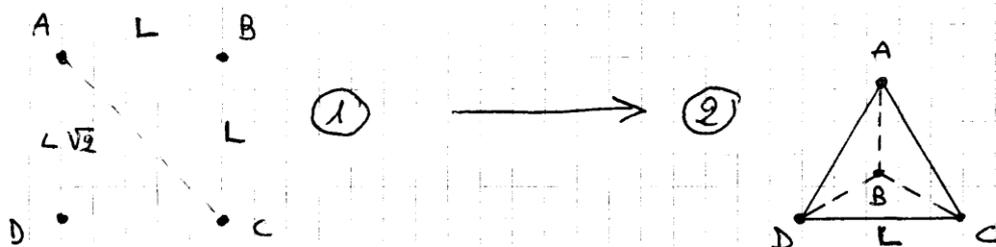


## Problema N° 24

Si considerino quattro cariche elettriche positive  $q$ , uguali e puntiformi, poste ai vertici di un quadrato di lato  $L$ .

Calcolare il lavoro che si deve compiere per spostare due delle cariche in modo tale che, nel loro insieme, le quattro cariche si trovino disposte ai vertici di un tetraedro di lato  $L$ .

### Soluzione



Nella situazione iniziale (1), ciascuna carica si trova in un punto il cui potenziale, dovuto alle altre tre vale:

$$V_i = 2 \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2} L} \quad (\text{dove } q_i = q)$$

Pertanto la sua energia potenziale vale ( $\equiv q_i \cdot V_i$ ):

$$E_{p_i} = \frac{q_i^2}{4\pi\epsilon_0 L} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad \text{Tale valore è lo stesso per ciascuna delle quattro cariche}$$

Poiché l'energia potenziale di un sistema di cariche è:

$$E_{p_{\text{totale}}} = \frac{1}{2} \sum_i^N q_i V_i$$

$$\text{si ha: } (E_{p_{\text{totale}}})_{\text{iniziale}} = \frac{1}{2} \sum_i^4 q_i V_i = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} (4 + \sqrt{2})$$

Nella situazione finale (2), ciascuna carica dista dalle altre  $L$ . Pertanto essa si trova al potenziale

$$V_i = \frac{3q_i}{4\pi\epsilon_0 L} \quad \text{e possiede una energia potenziale}$$

$$E_{p_i} = \frac{3q_i^2}{4\pi\epsilon_0 L}$$

Pertanto l'energia potenziale totale in tale situazione (finale) risulta

$$(E_{p_{\text{totale}}})_{\text{finale}} = \frac{1}{2} \sum_i^4 q_i V_i = \frac{6q^2}{4\pi\epsilon_0 L}$$

Il lavoro speso dall'esterno per passare da (1) a (2) è quindi

$$W \equiv \text{Lavoro} = (E_{p_{\text{totale}}})_{\text{finale}} - (E_{p_{\text{totale}}})_{\text{iniziale}}$$

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} (2 - \sqrt{2})$$