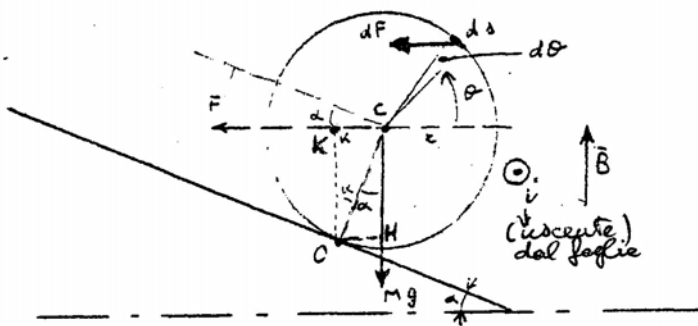


Problema N° 30

- Un cilindro omogeneo di massa $M = 100 \text{ g}$, raggio $r = 3 \text{ cm}$ e lunghezza $l = 10 \text{ cm}$, si trova in quiete sopra un piano inclinato di un angolo $\alpha = \pi/6 \text{ rad}$ rispetto all'orizzontale; l'asse del cilindro è perpendicolare alle rette di massima pendenza del piano inclinato. Lungo la superficie laterale del cilindro, nel verso della lunghezza, scorre una corrente distribuita uniformemente e di intensità totale i e la regione di spazio considerata è sede di un campo magnetico uniforme e verticale, di induzione $B = 10 \text{ kG}$. Si calcoli il valore di i in corrispondenza al quale il cilindro resta in equilibrio, nei due casi seguenti:
- tra cilindro e piano inclinato l'attrito è trascurabile;
 - tra cilindro e piano inclinato c'è attrito e il cilindro può muoversi rotolando senza strisciare.

N.B. $10 \text{ gauss} = 1 \text{ T}$
($= 10^4 \text{ Wb/m}^2$)

Soluzione



$$\text{Dalla : } \vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

$$\text{perch\u00e9 : } ds = r d\theta$$

$$\text{e ha : } dF = B l di = B l i \frac{d\theta}{2\pi}$$

$$\text{in quanto } di = i \frac{ds}{2\pi r} = i \frac{r d\theta}{2\pi r}$$

Sul cilindro agiscono due forze: quella magnetica e quella peso. La forza magnetica risultante \(\vec{F}\), in modulo:

$$F = \int dF = \int B l i \frac{d\theta}{2\pi} = \frac{B l i}{2\pi} \int d\theta = B l i \quad \text{ed \(\vec{e}\) orizzontale (verso sinistra)}$$

- a) Condizione di equilibrio senza attrito (il cilindro striscia senza rotolare),

$$Mg \sin \alpha = F \cos \alpha$$

$$Mg \sin \alpha = B l i \cos \alpha \implies i = \frac{Mg}{B l} \operatorname{tg} \alpha = 5,7 \text{ Ampere}$$

- b) Condizione di equilibrio con attrito (il cilindro rotola)

$$|\text{Momento di } \vec{F} \text{ rispetto } O| = |\text{Momento di } \vec{Mg} \text{ rispetto } O|$$

$$\text{Momento di } \vec{Mg} \text{ rispetto } O = Mg \cdot \overline{OH} = Mg r \sin \alpha$$

$$\text{Momento di } \vec{F} \text{ rispetto } O = F r \cos \alpha$$

$$Mg r \sin \alpha = B l i r \cos \alpha$$

$$i = \frac{Mg}{B l} \operatorname{tg} \alpha = 5,7 \text{ Ampere}$$

Se la resistenza per unit\u00e0 di lunghezza del cilindro \u00e8 $\frac{R}{l} = 100 \frac{\Omega}{m}$ quale energia verr\u00e0 dissipata per effetto Joule in 10 secondi, in entrambi i casi a) e b).