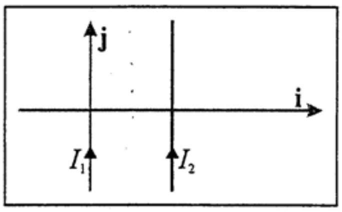
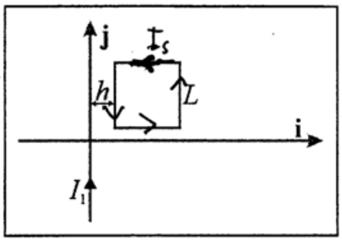
Problema N°. 32

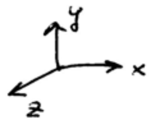
Si consideri il sistema di assi cartesiani ortogonali rappresentato in figura. Un filo conduttore, rettilineo e indefinito, coincidente con l'asse **j**, è percorso da una corrente stazionaria $I_1 = 9$ A (che ha il verso di **j**). A distanza (*fissa*) $d = 20$ cm dal filo (vedi la figura) si trova un secondo filo, parallelo al primo, percorso da una corrente $I_2 = 3$ A, stazionaria e con lo stesso verso di I_1. Determinare:



1) il campo di induzione magnetica nel punto $P_1(-10,0,0)$cm;
2) l'equazione della traiettoria di un elettrone, che viene lanciato dal punto $P_2(15,0,0)$cm, con velocità iniziale $\vec{\mathbf{v}}_0 = \left(4\cdot10^4\,\mathbf{j}\right)$ m/s.

Si sostituisca ora il secondo filo con una spira conduttrice quadrata, di lato $L = 50$ cm e resistenza ohmica $R = 25\ \mu\Omega$, posizionata sul piano (**i**,**j**), con due lati paralleli al primo filo e mantenuta ferma a distanza $h = 10$ cm da esso (vedi figura). Inoltre, si sostituisca anche la precedente corrente stazionaria che percorreva il primo filo con una corrente variabile: $I_1 = I_{01} + Ct$, dove $I_{01} = 9$ A, $C = 5\cdot10^{-4}$ A/s e t rappresenta il tempo (misurato in secondi).
Determinare, all'istante $t_1 = 4000$ s :





3) il flusso di $\vec{\mathrm{B}}$ concatenato con la spira;
4) il verso della corrente indotta che circola nella spira (guardando la figura);
5) l'intensità della corrente indotta, I_{ind}.

Solo dopo avere risposto a tutte le precedenti domande:

6) determinare la forza esterna che mantiene la spira in equilibrio.

Soluzione

1) Determinare il campo $\bar{B}$ a distanza $x = -10$ cm (lungo l'asse x)

Dalla $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ si ha, essendoci due correnti che contribuiscono al campo B $\left(\dfrac{\mu_0}{2\pi} = 2\times10^{-7}\ H/m\right)$

$$B_{P_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{r} + \frac{I_2}{r+d}\right) = 2\times10^{-7}\left(\frac{9}{0{,}1} + \frac{3}{0{,}1+0{,}2}\right) = 2\times10^{-5}\ \mathrm{T}$$

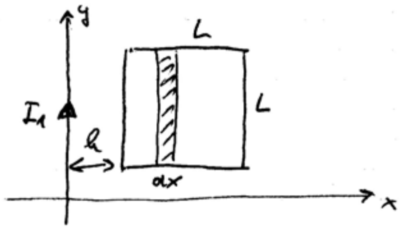
e, vettorialmente: $\bar{B} = 2\times10^{-5}\ \bar{k}$ T

2) Trovo il campo $\bar{B}$ nel punto P_2 di lancio per poi poter applicare la $\bar{F} = q\,\bar{v}\times\bar{B}$ (lo era $x^* = 15$ cm)

$$B_{P_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(-\frac{I_1}{x^*} + \frac{I_2}{20 - x^*}\right) = 2\times10^{-7}\left(-\frac{9}{0{,}15} + \frac{3}{0{,}2-0{,}15}\right) = 0$$

Poiché il campo B risulta nullo ad una distanza $x^* = 15$ cm dall'asse y, la forza agente sull'elettrone (lanciato con una $\bar{v}_0$ che è // ad y) sarà nulla. Pertanto la traiettoria del moto dell'elettrone è una retta // ad y, con equazione $x = 15$ cm

3)



Il flusso attraverso $dS = L\,dx$ è

$d\phi_B = \bar{B}(x)\cdot d\bar{S} = B(x)\,L\,dx$

Pertanto il flusso concatenato con la spira vale:

$$\phi = \int_h^{h+L} B(x)\,L\,dx$$

ma $B(x) = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I_1}{x}$ e $I_1 = I_{0_1} + Ct$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} L\, I_1 \int_h^{h+L} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi} L\,(I_{0_1} + Ct)\ln\frac{h+L}{h}$$ e, per $t = t_1$

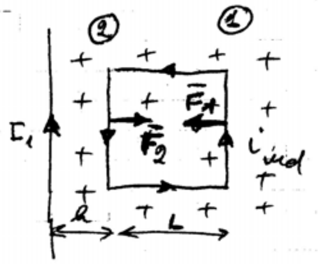
$$\phi(t_1 = 4000) \cong 1{,}97\times10^{-6}\ \mathrm{Wb}$$

4) Nella zona occupata dalla spira il campo $\bar{B}$ è con verso $-\bar{k}$ e sta aumentando (poiché aumenta I_1)
Il campo B dovuto alla corrente indotta contrasta (legge di Lenz) tale campo. Pertanto esso dovrà avere verso $+\bar{k}$.
Di conseguenza la corrente indotta nella spira dovrà circolare in verso <u>antiorario</u>

N.B. se avessi avuto $I_1 = I_{0_1} - ct$, il campo $\bar{B}$ per $t = t_1$ sarebbe sempre stato con verso $-\bar{k}$, ma diminuirebbe nel tempo. Il campo B dovuto alla corrente indotta dovrebbe sempre contrastare tale variazione per cui anch'esso dovrebbe essere diretto come $-\bar{k}$ e la corrente indotta quindi avrebbe verso orario

5) $$i_{ind} = \left| -\frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt} \right| = \left| -\frac{\mu_0}{2\pi R} L c \ln\frac{h+L}{h} \right| \cong 3{,}59\,\mu A$$

6)



Il campo dovuto ad I_1 vale, nei fili ① e ② (paralleli ad y):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(h+L)} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi h}$$

(entrambi con verso $-\bar{k}$)

Le due forze $\bar{F}_1$ ed $\bar{F}_2$ agenti su di loro sono date dalla relazione $\bar{F} = i_{ind}\,\bar{L} \times \bar{B}$;

si ha $\bar{F}_1 = F_1(-\bar{i})$ $\qquad F_1 = i_{ind} L B_1$

$\bar{F}_2 = F_2(\bar{i})$ $\qquad F_2 = i_{ind} L B_2$

La forza complessiva (dovuta all'interazione magnetica) sarà $\bar{F} = (F_2 - F_1)\,\bar{i}$

$$\bar{F} = i_{ind} L (B_2 - B_1)\,\bar{i}$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 i_{ind} L \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h+L} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 i_{ind} L^2 \frac{1}{h(h+L)}$$

$$\bar{F} = 3.3 \times 10^{-11}\,\bar{i}\,N$$

La forza <u>esterna</u> sarà pertanto $\bar{F}_{est} = -\bar{F} = -3{,}3 \times 10^{-11}\,\bar{i}\,N$