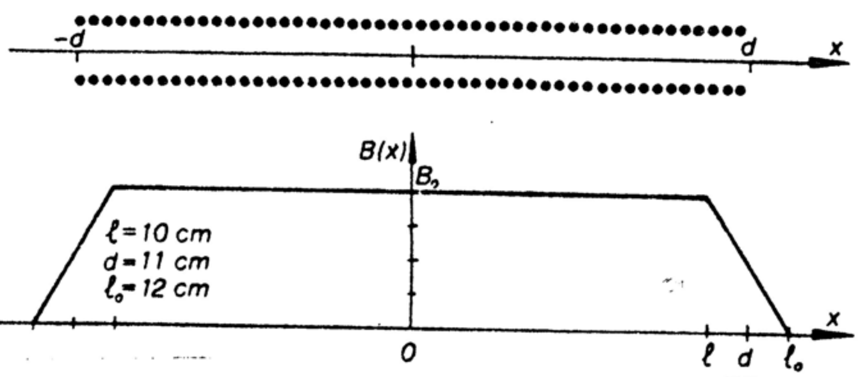
Problema N°. 33

Il campo magnetico lungo l' asse di un solenoide ha approssimativamente l' andamento B(x) mostrato nella figura. Una piccola bobina compatta, di massa m = 40 g , costituita da N=100 spire di raggio r= 1 cm, è percorsa da una corrente i=3.183 A, e può scorrere senza attrito (il suo asse essendo parallelo all' asse x) lungo una guida, anch' essa parallela all' asse x, che passa all' interno del solenoide.

All' istante t=0, la bobina viene lasciata libera a un' estremità del solenoide (x=d). Quando passa per il centro, essa ha una velocità v_o = 0.5 m/s, e, quando raggiunge l' altro estremo del solenoide $\underbrace{\text{solenoide,}}_{(x=-d)}$ è trascorso un tempo t. Calcolare il valore di B_o e di t.



Soluzione

La bobina ha un momento di dipolo magnetico equivalente pari a

$\mu = N i \pi r^2$ $\quad \vec{\mu}$

Nella regione (a) dove B(x) è variabile (rispetto x) vi è attrazione

poiché si hanno forze diverse sui due poli (− e +) del dipolo essendo in punti con diverso $\vec{B}$. In tale regione pertanto il moto è accelerato

Nella regione (b) invece $\vec{F}=0$ per cui il dipolo si muove di moto uniforme

L'energia potenziale magnetica posseduta dal dipolo è $U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

Se si scrive un bilancio energetico avrò, tenendo conto che

$x = d \qquad U = -\mu \frac{B_0}{2} \qquad T = \text{energia cinetica} = 0$

$x \leq l \qquad \begin{cases} U = -\mu B_0 \\ T = \frac{1}{2} m v_0^2 \end{cases}$

$$-\frac{\mu B_0}{2} = -\mu B_0 + \frac{1}{2} m v_0^2$$

da cui $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \mu B_0 \implies B_0 = \frac{m v_0^2}{\mu} = 0{,}1$ Tesla

Nella zona (a) avrò $F = \mu \left| \frac{dB}{dx} \right|$ $\{$ dalla $dL = F dx = \mu dB$ $\}$

cioè: $F = \mu \frac{B_0}{l - l_0} = 0{,}5\ N$

per cui $a = \frac{F}{m} = 12{,}5\ m/s^2$ $\{$ si ha accelerazione $(a<0)$ tra d ed l e decelerazione $(a>0)$ tra $-l$ e $-d$

Il moto risulta accelerato tra d ed l e tra $-l$ e $-d$

Dalla $v_0 = a t_1 \qquad t_1 = \frac{v_0}{a} = 4 \times 10^{-2}\ s$ tempo per percorrere $d \to l$ (oppure $-l \to -d$)

Nel tratto $l \to 0$ il moto è uniforme, per cui

$$t_2 = \frac{l}{v_0} = 0{,}1\ s$$

Tempo totale (da d a $-d$) (la bobina si arresta per $x = -d$)

$$t = 2(t_1 + t_2) = 0{,}28\ s$$