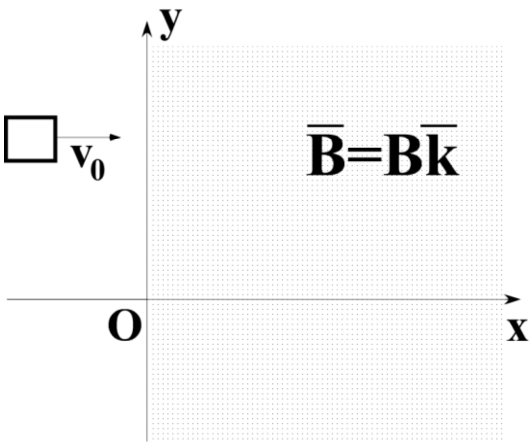
Problema N°. 42

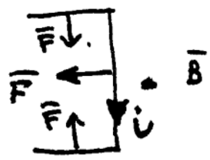
Una spira quadrata di lato $\ell = 40\ \text{cm}$, avente massa $m = 6\ \text{g}$ e resistenza elettrica $R = 3\ \Omega$, si muove parallelamente all'asse *x* del riferimento indicato in figura, con velocità costante, di modulo $v_0 = 0.3\ \text{m/s}$.

Nei punti del semipiano x>0 c'è un campo $\overline{B}$ uniforme, parallelo all'asse *z* (perpendicolare al piano di figura) ed avente modulo $B = 900\ \text{Gauss}$. Nei punti del semipiano x<0, invece, il campo magnetico è nullo.

Calcolare il modulo della velocità v_1 che la spira possiede quando si trova immersa totalmente nel campo magnetico.



Soluzione



Quando la spira ha oltrepassato l'asse y di una quantità x essa è concatenata con un flusso

$\phi_B(x) = B\, l\, x$ e, perchè x varia, ne segue che ϕ_B varia (fino a quando la spira è totalmente nel semipiano $x > 0$) per cui nasce in essa una f.e.m. indotta

$$V_\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -B\, l\, \frac{dx}{dt} \quad \text{da cui} \quad i = \frac{V_\varepsilon}{R} = -\frac{Bl}{R}\frac{dx}{dt}$$

Sul lato // all'asse y agisce una forza

$$\bar{F}_x = i\, \bar{l} \wedge \bar{B}$$

mentre sui due lati // ad x si hanno due forze uguali e contrarie che pertanto non danno contributo.

$F_x = i\, l\, B$ con verso $-x$ perchè questa (conseguenza della presenza della i indotta) tende ad opporsi alla causa che la produce (che è il moto in verso $+x$)

$$F_x = -\frac{Bl}{R}\, l\, B\, \frac{dx}{dt}$$

Scrivo la legge del moto

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

$$F_x = m\frac{dv_x}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{R}\frac{dx}{dt}$$

che fornisce $\quad m\,dv_x = -\dfrac{B^2 l^2}{R}dx$

$$dv_x = -\frac{B^2 l^2}{mR}dx$$

Quando $x = l$ la forza F_x cessa di esistere e la velocità vale v_1.
Per ricavare tale velocità integro ottenendo:

$$\int_{v_0}^{v_1} dv = \int_0^l -\frac{B^2 l^2}{mR}dx$$

<u>N.B.</u> 10^4 gauss $= 1\,T = 1\,Wb/m^2$

$$v_1 - v_0 = -\frac{B^2 l^2}{mR}l$$

$$v_1 = v_0 - \frac{B^2 l^3}{mR} = 0.2712 \text{ m/sec}$$