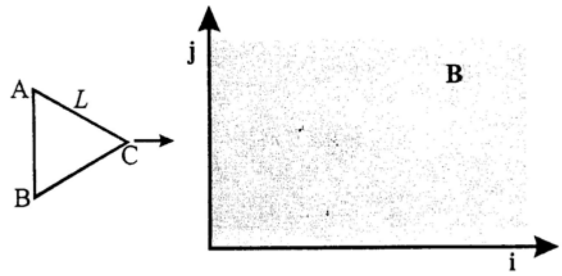
Problema N°. 43

Un circuito rigido, che ha forma di un triangolo equilatero di lato $L = 20\,\text{cm}$, è costituito di un filo di resistenza complessiva $R = 0{,}16\ \Omega$. Esso si trova nel piano [**i**, **j**], con uno dei lati parallelo all'asse **j**, e sta traslando con velocità *costante* diretta come **i** (vedi la figura). A un certo istante (iniziale) il circuito entra in una zona nella quale è presente un campo di induzione magnetica *uniforme* $\mathbf{B} = \left(-0{,}5\ \mathbf{k}\right)\ \text{T}$, limitato dai semiassi positivi **i** e **j** (area grigia di figura). Si osserva che nel circuito circola una corrente indotta, il cui valore ***massimo*** è $I_{\max} = 0{,}125\ \text{A}$.

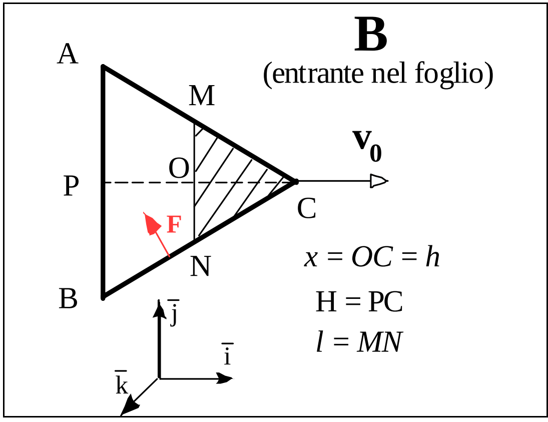


Si ***trascuri*** ogni fenomeno di ***autoinduzione***.

Calcolare, ***giustificando***:

1) il verso della corrente indotta (orario o antiorario), con riferimento alla figura;
2) il flusso di **B** concatenato con il circuito, nell'istante in cui una frazione $1/\sqrt{3}$ dell'area del circuito è penetrata nel campo;
3) la velocità di traslazione del circuito durante il moto;
4) l'espressione vettoriale della forza che agisce sul lato BC del circuito, all'istante in cui $I = I_{\max}$, nel riferimento di figura.

Soluzione



$$A = \frac{1}{2} L H = \frac{1}{2} L\, L \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2$$

$$S = \frac{1}{2} l h = \frac{1}{2}(2h\, tg 30) h = \frac{\sqrt{3}}{3} h^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} x^2$$

$$\frac{S}{A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} x^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} L^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{4}{3}\frac{x^2}{L^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad x^{*2} = \frac{3}{4\sqrt{3}} L^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2$$

$$x^* = \frac{1}{2} L (3)^{1/4} \qquad S(x^*) = \frac{\sqrt{3}}{3}\,\frac{1}{4} L^2 \sqrt{3} = \frac{L^2}{4}$$

$$\phi_B(x^*) = B\, S(x^*) = \frac{B L^2}{4} = 0.5 \frac{\times 0.2^2}{4} = 5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$V_\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx}\frac{dx}{dt} = -v \frac{d\phi}{dx} \qquad \text{Ma} \quad \phi(x) = B \frac{\sqrt{3}}{3} x^2 \qquad \frac{d\phi}{dx} = \frac{2\sqrt{3}}{3} B x$$

$$|V_\varepsilon| = \left| -v B \frac{2\sqrt{3}}{3} x \right| \qquad \text{Ma} \quad V_\varepsilon = R i \Rightarrow$$

$$B v \frac{2\sqrt{3}}{3} x = R i \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{R i}{B x}$$

Se v = costante x_{Max} si ha per $V_{\varepsilon\,Max}$ a cui corrisponde anche la I_{Max}

Ma $x_{Max} \equiv H = L \cos 30^\circ = L \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{R I_{Max}}{B x_{Max}} = \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}} \frac{0.125 \times 0.16}{0.5 \times 0.2 \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = 0.2 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = 0.2\, \bar{i} \text{ m/s}$$

La forza agente sul lato $\overline{BC}$ vale:

$$\bar{F} = I_{Max}\, \bar{L} \times \bar{B} \Rightarrow F = I_{Max} L B = 0.125 \times 0.2 \times 0.5 = 1.25 \times 10^{-2} \text{ N}$$

le sue componenti lungo x ed y sono:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= -F \cos 60 = -1.25 \times 10^{-2}\, \frac{1}{2} \\ F_y &= F \sin 60 = 1.25 \times 10^{-2}\, \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \bar{F} = 1.25 \times 10^{-2}\left(-0.5\, \bar{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\bar{j}\right)$$

$$= 6.25 \times 10^{-3}\left(\sqrt{3}\, \bar{j} - \bar{i}\right)$$