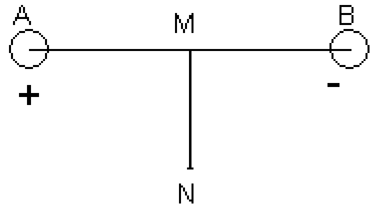
Problema N°. 8

Su due lunghi (teoricamente infiniti) fili A e B, conduttori, cilindrici (entrambi di raggio R=1cm), e paralleli, i cui assi distano L=8cm, c'è una densità lineare di carica $\lambda = 10^{-10}\,\frac{C}{\mathrm{m}}$, positiva su un filo, negativa sull'altro.



1. Calcolare l'intensità del campo elettrico in un punto M, posto sul piano α contenente i due fili ed equidistante da essi.
2. Calcolare l'intensità del campo elettrico in un punto N, posto sulla perpendicolare ad α per M e distante D=3cm da M.
3. Calcolare la differenza di potenziale tra i due fili.

Soluzione:

1.

Il campo all'esterno di ogni filo è quello che sarebbe prodotto da un filo a sezione puntiforme coincidente con l'asse del filo. Nel punto M i vettori di campo elettrico prodotti da ogni filo sono equiversi e di uguale intensità. L'intensità del campo risultante è doppia rispetto a quella che sarebbe prodotta dal solo filo positivo A.

$$E_M = 2\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 x} \cong \frac{10^{-10}}{\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cong 89{,}92\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

2.

Il punto N dista d=5cm da entrambi i fili. I campi prodotti dai fili hanno entrambi intensità

$$E_d = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d}$$

I loro componenti verticali sono opposti, mentre quelli orizzontali sono equiversi. L'intensità del campo risultante è quindi il doppio dell'intensità della componente orizzontale del campo prodotto da un singolo filo. La componente orizzontale si ottiene moltiplicando l'intensità per il coseno dell'angolo θ che la congiungente AN forma con la retta AB.

$$E_N = 2 \cdot \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d}\cos\theta = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d} \cdot \frac{4}{5} \cong \frac{10^{-10}}{\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{4}{5}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cong 57{,}55\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

3.

Dalla relazione **E** = -grad V, applicata lungo la direzione AB, si può ottenere la differenza di potenziale tra i due fili A e B. ΔV.

Essa è data dall'opposto dell'integrale del campo lungo la retta AB, fatto partendo dalla superficie del conduttore positivo A fino alla superficie del conduttore negativo B.

$$\Delta V = -\int_R^{L-R}\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (L-x)}\right)dx = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{L-R}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x}\right)dx =$$

$$-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln x - \ln(L-x)\right]_R^{L-R} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln\frac{x}{L-x}\right]_R^{L-R} =$$

$$-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{L-R}{R} - \ln\frac{R}{L-R}\right) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot 2 \cdot \ln\frac{L-R}{R} = -\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\frac{L-R}{R} \cong$$

$$-\frac{10^{-10}}{\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}\ln 7\ \mathrm{V} \cong -7{,}0\ \mathrm{V}$$