

Esercizi di Calcolo vettoriale

Esercizio 1

Dato il vettore $\mathbf{a} = (1, 3, 2)$, ricavare l'espressione più generale possibile di:

- un vettore \mathbf{v} parallelo ad \mathbf{a} ;
- un vettore \mathbf{w} perpendicolare ad \mathbf{a} .

Esercizio 2

Dato il vettore $\mathbf{a} = 10\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, calcolare la sua proiezione sulla direzione individuata dal vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.

Esercizio 3

Siano $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ e $\mathbf{b} = 2\mathbf{k}$. Determinare:

- il prodotto vettoriale $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$;
- il vettore \mathbf{c} , perpendicolare ad \mathbf{a} e \mathbf{b} , per il quale $c = 5$ e $\mathbf{c} \cdot \mathbf{j} > 0$;
- il volume del parallelepipedo formato dai tre vettori \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} .

Esercizio 4

Dati i vettori $\mathbf{v}_1 = \mathbf{i} + 7\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v}_2 = -5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ e $\mathbf{v}_3 = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ applicati rispettivamente nei punti $P_1 = (0, 1, 0)$, $P_2 = (1, 1, 1)$, $P_3 = (0, 0, -1)$, determinare la risultante dei tre vettori ed il momento risultante calcolato scegliendo come centro di riduzione (o polo):

- il punto $(0, 1, 0)$;
- l'origine O .

Esercizio 5

Determinare la componente del vettore $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 5\mathbf{k}$, perpendicolare al piano individuato dai vettori $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.

Esercizio 6

Dati i vettori $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 7\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ e $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, calcolare: $\mathbf{c} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$; $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}$; $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$; $\mathbf{b} \wedge \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

Esercizio 7

Con riferimento alla usuale terna ortogonale destrorsa, si determinino:

- i vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} tali che $\mathbf{a} + \mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ e $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$;
- l'angolo compreso fra \mathbf{a} e \mathbf{b} ;
- il prodotto vettoriale $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$.

Esercizio 8

Dati i vettori $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} + 3\alpha\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ e $\mathbf{b} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, di determini il valore del parametro α per cui i vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} risultano ortogonali fra loro.