Esercizio 1

Un sasso viene lasciato cadere da fermo in un pozzo; il rumore dell'impatto con l'acqua giunge all'orecchio del lanciatore dopo un intervallo di tempo $t^* = 10s$. Sapendo che il suono si propaga nell'aria in tutte le direzioni con un moto rettilineo uniforme la cui velocità è pari a V_s (sia posta pari a 340 m/s), calcolare la distanza fra la superficie dell'acqua e il punto da cui il sasso è stato lasciato.

Risoluzione
Si può scomporre la situazione in due fasi: la caduta della pietra, che avviene di moto uniformemente accelerato in un tempo t_p, e la propagazione del suono, che avviene di moto rettilineo uniforme in un tempo t_s. Sappiamo che la somma $t_p+t_s=t^*$.
$h= V_s t_s = 1/2 \, g \, t_p^2 = 390m$ circa

Esercizio 2

Un ascensore sale con accelerazione $a=1.22 m/s^2$. Nell'istante in cui la sua velocità è $v_0= 2.44 m/s$, un bullone mal fissato cade dal soffitto, posto ad $h=2.74 m$ dal pavimento dell'ascensore. Calcolare (a) il tempo impiegato dal bullone per arrivare al suolo e (b) la distanza percorsa dal bullone rispetto alla tromba dell'ascensore.

Risoluzione
Bisogna considerare la caduta del bullone e la salita dell'ascensore, e imporre che nello stesso istante t* le ordinate del bullone e dell'ascensore siano uguali.
$t^*=0.7$ s
$\Delta y= 0.7$ m circa

Esercizio 3

Un proiettile di massa M viene sparato da fermo da un cannone con un angolo
$\alpha = 45°$ rispetto ad un piano orizzontale. Determinare:
1) il modulo *v* della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio che
dista orizzontalmente dal cannone di *D=150 m* e si trova ad una altezza D/6 rispetto al cannone; 2)
l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il raggio di curvatura nel punto di massimo.

Risoluzione
Bisogna imporre che per un certo istante t il proiettile passi per il punto P(D,D/6), cioè, scomponendo il moto nelle due direzioni x e y, che la sua x sia uguale a D e che la sua y sia uguale a D/6 nello stesso istante. Si avrà v=42 m/s. L'angolo che la traiettoria forma con l'orizzontale è data dalla direzione della velocità rispetto all'orizzontale nell'istante dell'impatto. Quindi β=arctg (v_y/v_{0x})= -33°.
Il raggio di curvatura nel punto di max altezza si calcola considerando che in quel punto la velocità ha solo la componente parallela all'asse x e l'accelerazione è diretta verso il basso, quindi sono perpendicolari. Il raggio di curvatura sarà dato dalla relazione $a_n=v^2/R$: R= 90 m

Esercizio 4

Un bombardiere, in picchiata ad un angolo di 53° con la verticale, lascia cadere una bomba da un'altezza di 730 m. La bomba colpisce il suolo 5 s dopo il lancio. Qual'è la velocità del bombardiere? Qual è lo spostamento orizzontale della bomba durante il volo? Quali sono le componenti orizzontale e verticale della velocità della bomba un istante prima di toccare terra? E qual è il raggio di curvatura della traiettoria della bomba al momento dell'impatto?

Risoluzione
La velocità iniziale della bomba è quella del bombardiere. Quindi, forma un angolo di 53° con la verticale. La componente verticale della velocità del bombardiere (=quella della bomba) si determina considerando che la caduta dall'altezza di 730m deve durare 5s.
La relazione utile per trovare la componente verticale della velocità è:
$h = v_{0y}t+1/gt^2$
La velocità iniziale si calcola considerando l'angolo che forma con la verticale = 160.4 m/s.
Lo spostamento orizzontale è la distanza percorsa a velocità costante dalla bomba in 5s =802 m
Durante la caduta la componente diretta verso il basso della velocità della bomba aumenta, mentre la componente orizzontale rimane costante, quindi dopo 5 s **v**= (160.4**i**-171**j**) m/s.
Il raggio di curvatura è legato alla componente dell'accelerazione perpendicolare alla traiettoria. L'accelerazione è diretta verso il basso, bisogna calcolare la componente parallela alla traiettoria e poi calcolare la componente perpendicolare, che vale 6.7 m/s^2. Il raggio di curvatura sarà 8204 m.

Esercizio 5

Dimostrare che la gittata di un proiettile con velocità iniziale v_0 ed angolo di lancio θ_0 è $R = (v_0^2/g)\ \text{sen}\ (2*\theta_0)$.
Dimostrare inoltre che la massima gittata si ha per un angolo di lancio di 45°.
Dimostrare che la massima altezza raggiunta dal proiettile è $ymax = (v_0^2 * \text{sen}^2\ (\theta_0))/2g$.
Trovare per quale angolo di lancio la gittata e la massima altezza sono uguali.

Risoluzione

Per calcolare l'angolo della max gittata bisogna calcolare per quale angolo di lancio la derivata della gittata è =0.
La gittata si calcola considerando che il tratto percorso in orizzontale dal proiettile viene percorso in un tempo pari a 2 volte il tempo di salita. Il tempo di salita è a sua volta collegato alla componente verticale della velocita.

Esercizio 6

Un punto materiale P percorre in senso antiorario con velocità costante un cerchio di diametro 3 m, il cui centro, in un sistema di riferimento cartesiano, si trova nella posizione (0, 1.5 m) e compie un giro in 20 s. Il punto passa da O all'istante t = 0. Partendo dall'origine O, trovare A) modulo e direzione dei vettori posizione 5 s, 7,5 s e 10 s dopo; B) modulo e direzione dello spostamento nell'intervallo dal quinto al decimo secondo; C) il vettore velocità media in questo intervallo; D) il vettore velocità istantanea all'inizio e alla fine di tale intervallo; E) il vettore accelerazione media in questo intervallo e F) il vettore accelerazione istantanea all'inizio e alla fine di tale intervallo.

Risoluzione

Le equazioni del moto sono:
$x(t)= r\cos(\omega t-\pi/2)$
$y(t)= r\sin(\omega t-\pi/2) + r$

Negli istanti considerati:
$P(5s)= (r,r)$
$P(7.5s)= (r/\sqrt{2},r(\sqrt{2}/2+1))$
$P(10s)= (0,2r)$

Lo spostamento vale $\Delta s= r\sqrt{2}$ e forma un angolo $\alpha=3/4\pi$ con l'asse x.
La velocità media in questo intervallo è data dal rapporto fra lo spostamento e il tempo impiegato.
$<\mathbf{v}>=-r/5+r/5\mathbf{j}$ m/s
La velocità istantanea è invece data dalla derivata del vettore posizione nell'istante considerato.
$\mathbf{v}(5s)=\omega r\mathbf{j}$
$v(10s) =- \omega r\mathbf{i}$
Allo stesso modo le accelerazioni media e istantanea:
$<\mathbf{a}>=-\omega r/5\mathbf{i}-\omega r/5\mathbf{j}$ m/s
$\mathbf{a}(5s)=-\omega^2 r\mathbf{i}$
$a(10s) =- \omega^2 r\mathbf{j}$

ERRATA CORRIGE esercizio n.4 del 13/3:
l'angolo formato dalla velocità della particella con l'orizzontale a t=6s è 0.7 radianti, pari a 41°