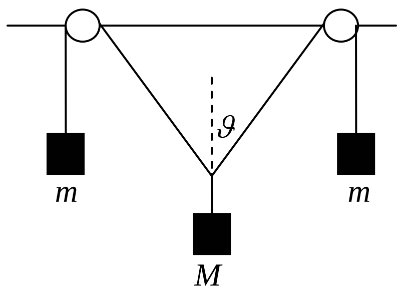
Fisica Generale LA

Prova Scritta del 10 Dicembre 2007
Prof. Nicola Semprini Cesari

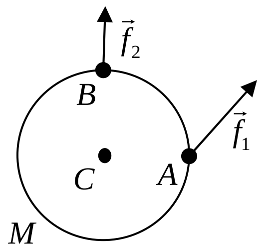
Quesiti

1) La posizione di un punto materiale è espressa dal vettore $\vec{r} = R\cos\omega t\ \vec{i} + R\sin\omega t\ \vec{j}$. Calcolare le espressioni dei vettori velocità ed accelerazione. Calcolare i loro moduli. (4)

2) Nella ipotesi che si abbia $m = 2\,Kg$, determinare il valore della massa M affinché l'angolo ϑ valga $\pi/6$. (5)

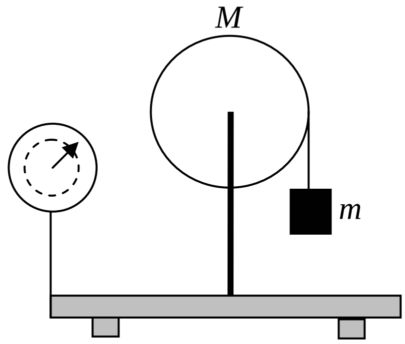


3) Un disco omogeneo di massa M, disposto su di un piano orizzontale privo di attrito, è sottoposto all'azione di due forze $\vec{f}_1 = F\,\vec{i} + F\,\vec{j}$ ed $\vec{f}_2 = F\,\vec{j}$. Determinare l'accelerazione del suo centro C. (4)



4) Rispetto ad una terna O′ $\vec{i}\,'\ \vec{j}\,'\ \vec{k}\,'$, un'asta di lunghezza l, avente il centro coincidente con l'origine O' e libera di ruotare attorno di esso nel piano $x'y'$, è posta in rotazione con velocità angolare $\vec{\omega} = \omega\vec{k}\,'$ (si assuma la direzione iniziale dell'asta coincidente con quella di $\vec{i}\,'$). Un punto materiale, inizialmente posizionato all'estremo positivo dell'asta, si muove di moto armonico (rispetto all'asta) con pulsazione ω percorrendone tutta la lunghezza. Si determini il moto del punto materiale nel riferimento O′ $\vec{i}\,'\ \vec{j}\,'\ \vec{k}\,'$. (7)

5) Un disco omogeneo di massa M e raggio R, libero di ruotare attorno al suo centro, è sostenuto da un supporto verticale di massa trascurabile fissato al piatto di una bilancia. Sul bordo esterno del disco è avvolta una funicella di massa trascurabile alla cui estremità è fissato un peso di massa m. Inizialmente il disco è tenuto fermo e la bilancia segna il peso $P = Mg + mg$. Successivamente il disco viene liberato. Determinare il peso segnato dalla bilancia mentre la massa m scende. (10)



6) Discutere le forze inerziali. (5)

Soluzioni

1)
$$\begin{aligned}
&\vec r = R\cos\omega t\ \vec i + R\sin\omega t\ \vec j\\
&\vec v = \dot{\vec r} = -\omega R\sin\omega t\ \vec i + \omega R\cos\omega t\ \vec j\\
&\vec a = \dot{\vec v} = -\omega^2 R\cos\omega t\ \vec i - \omega^2 R\sin\omega t\ \vec j\\
&|\vec v| = \sqrt{\vec v\cdot\vec v} = \omega R\\
&|\vec a| = \sqrt{\vec a\cdot\vec a} = \omega^2 R
\end{aligned}$$

2)
$$\begin{cases} mg\sin\vartheta_1 = mg\sin\vartheta_2 \\ mg\cos\vartheta_1 + mg\cos\vartheta_2 = Mg \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin\vartheta_1 = \sin\vartheta_2 \\ - \end{cases} \qquad \begin{cases} \vartheta_1 = \vartheta_2 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \\ 2mg\cos\vartheta = Mg \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ M = 2m\cos\vartheta = 2\sqrt{3}\,Kg \end{cases}$$

3)
$$\vec F^e = F\ \vec j + F\ \vec i + F\ \vec j = F\ \vec i + 2F\ \vec j = M\ \vec a_{CM} = M\ \vec a_C$$
$$\vec a_C = \frac{F}{M}\vec i + \frac{2F}{M}\vec j$$

4)
$$\vec r = \frac{l}{2}\cos(\omega t)\,\vec i$$
$$\vec i = \cos(\omega t)\,\vec i\,' + \sin(\omega t)\,\vec j\,'$$
$$\vec r\,' = \vec r = \frac{l}{2}\cos(\omega t)(\cos(\omega t)\,\vec i\,' + \sin(\omega t)\,\vec j\,') = \frac{l}{2}\cos^2(\omega t)\,\vec i\,' + \frac{l}{2}\cos(\omega t)\sin(\omega t)\,\vec j\,' =$$
$$= \frac{l}{2}\left(\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}\right)\vec i\,' + \frac{l}{4}\sin(2\omega t)\,\vec j\,' = \frac{l}{4}\vec i\,' + \frac{l}{4}(\cos(2\omega t)\,\vec i\,' + \sin(2\omega t)\,\vec j\,')$$

ovvero un moto circolare uniforme di raggio $l/4$ e velocità angolare 2ω, centrato nel punto $l/4\ \vec i\,'$.

5)
$$\begin{cases} T R = I\dot\omega \\ T - mg = -ma \\ a = \dot\omega R \end{cases} \quad \begin{cases} \dot\omega = \dfrac{T R}{I} \\ - \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ a = \dfrac{T R^2}{I} \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ T = \dfrac{mg}{1+\dfrac{m R^2}{I}} \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ T = m\dfrac{M}{M+2m}g \\ - \end{cases}$$

dunque il peso segnato dalla bilancia vale

$$P = Mg + T = (M + m\frac{M}{M+2m})g$$

5) $$V = -\alpha\left(xz^2 + yx^2 + zy^2\right)$$