ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

15/4/2004

(1)

Un cilindro rigido ed omogeneo di massa M e raggio r viene lanciato su un piano orizzontale. Inizialmente il cilindro scivola, senza ruotare, con una velocità costante $\vec{v}_0$ ortogonale al proprio asse longitudinale. Ad un certo punto esso entra in una regione di piano che ha superficie scabra, assumendo quindi un moto di rotolamento puro.

a) Applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica, determinare l'espressione della velocità $\vec{v}$ del centro di massa del cilindro quando il moto diventa rotolamento puro.

b) Scrivere l'espressione del momento angolare assunto dal cilindro rispetto ad un centro di riduzione posto sul suo asse longitudinale.

c) Spiegare in base a quali considerazioni si può assumere, come si è fatto in a), che l'energia meccanica si conservi nel passaggio dalla regione liscia a quella scabra del piano. Come varia poi l'energia meccanica durante il rotolamento puro?

QUESITI

1) Un corpo di massa m è tenuto sospeso da due funi che formano, con la verticale, angoli di 30 e 60 gradi rispettivamente. Esprimere, in funzione delle quantità date, le loro tensioni.

2) Tre masse di valore m, $2m$ e $3m$ si trovano rispettivamente al primo estremo, nel punto di mezzo e nel secondo estremo di una asticella di lunghezza l e massa trascurabile. L'asticella ruota, con velocità angolare ω costante, attorno ad un asse passante per il suo centro e ad essa normale. Determinare modulo direzione e verso del momento angolare del sistema.

3) Commentare la definizione di velocità e fornire la sua espressione in coordinate intrinseche e cartesiane.

4) Verificare se il campo di forze

$$\vec{F}(x,y,z) = (3A\,x^2z + C\,z^5)\,\vec{i} + 2B\,yz\,\vec{j} + (A\,x^3 + B\,y^2 + 5C\,xz^4)\,\vec{k}$$

è conservativo e calcolarne eventualmente l'espressione dell'energia potenziale.

Problema

a) $\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{v^2}{R^2} = \frac{3}{4}Mv^2$

$\Rightarrow \vec{v} = \sqrt{\frac{2}{3}}\, v_0\, \vec{i}$

b) $\vec{K} = I_{CM}\vec{\omega} = -\frac{1}{2}MR^2\,\frac{v}{R}\,\vec{k} = -\frac{1}{2}MR\sqrt{\frac{2}{3}}\, v_0\, \vec{k}$

c) Il passaggio dalla regione liscia a quella scabra e la variazione di velocità del cilindro da v_0 a v devono avvenire istantaneamente senza che il cilindro strisci. In tal modo, l'unica forza agente (oltre a peso e reazione normale del piano) è la reazione vincolare orizzontale esercitata dal *bordo* che delimita il piano scabro: il momento di questa forza dà inizio al moto di rotazione del cilindro. La reazione orizzontale, agendo istantaneamente, è un vincolo ideale e non compie lavoro; durante il successivo moto di rotolamento puro essa è addirittura assente: non è necessaria l'azione di una forza di reazione per mantenere costante il momento angolare già acquisito dal cilindro. Poiché nessuna forza di tipo dissipativo agisce sul cilindro, l'energia meccanica rimane costante anche in seguito.

Quesiti

1) $\begin{aligned} f_1\cos\vartheta_1 + f_2\cos\vartheta_2 &= p \qquad & f_2 &= p/2 \\ f_1\sin\vartheta_1 - f_2\sin\vartheta_2 &= 0 \qquad & f_1 &= \sqrt{3}p/2 \end{aligned}$

2) Nella ipotesi che la rotazione abbia verso antiorario il momento angolare è diretto lungo l'asse e verso l'alto. Il modulo vale

$$\left|\vec{L}\right| = \left|\vec{r_1}\wedge\vec{p_1} + \vec{r_3}\wedge\vec{p_3}\right| = \left|\vec{r_1}\wedge\vec{p_1}\right| + \left|\vec{r_3}\wedge\vec{p_3}\right| = \frac{l}{2}m\omega\frac{l}{2} + \frac{l}{2}3m\omega\frac{l}{2} = m\omega l$$

4) $V(x,y,z) = -(Ax^3z + By^2z + Cxz^5)$