Fisica Generale LA N.1

Prova Scritta del 23 Giugno 2008
Prof. Nicola Semprini Cesari

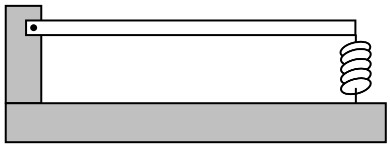
Quesiti

1) Il moto di un punto materiale è descritto dalle equazioni $x = At + B;\ y = Ct^2 + Dt + E;\ z = 0$. Determinare il modulo dei vettori velocità ed accelerazione.

2) Calcolare il modulo della velocità necessaria affinché un satellite artificiale ruoti attorno alla terra su un'orbita circolare di raggio R_S .

3) Stabilire se il campo di forze $\vec{F} = \alpha(y^2 - yz)\cdot\vec{i} + \alpha(2xy - xz)\cdot\vec{j} - \alpha xy\cdot\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale.

4) Un' asta di lunghezza *L=90cm*, incernierata ad una parete, è in equilibrio nella posizione orizzontale sostenuta da una molla di costante elastica *K=45 N/m* compressa di una lunghezza $\Delta x = 12\,cm$. Calcolare la massa *M* dell'asta.



5) Spiegare e commentare il concetto di energia meccanica, le condizioni che devono essere soddisfatte affinchè sia applicabile e mostrare in che modo lo si deduce dal secondo principio della dinamica.

Problema

Una giostra è costituita da un'asta rigida ed omogenea di massa $\boldsymbol{M}$ e lunghezza $\boldsymbol{2d}$ disposta orizzontalmente e girevole con attrito trascurabile attorno ad un asse verticale passante per il suo centro di massa. Inizialmente due ragazzi, di ugual massa $\boldsymbol{M/3}$, sono seduti ai due estremi della giostra che ruota liberamente con frequenza ω_i . Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

a) il momento d'inerzia $\boldsymbol{I_i}$ del sistema rispetto all'asse di rotazione;
b) il momento angolare $\boldsymbol{K}$ del sistema rispetto all'asse di rotazione.

Se i due ragazzi di avvicinano all'asse di rotazione della giostra dimezzandone la distanza iniziale determinare le espressioni delle seguenti quantità:

c) la velocità angolare ω_f della nuova configurazione;
d) la variazione di energia meccanica del sistema.

Soluzioni

Quesito 1

$$\dot{x} = A \qquad \ddot{x} = 0$$
$$\dot{y} = 2Ct + D \qquad \ddot{y} = 2C$$
$$\dot{z} = 0 \qquad \ddot{z} = 0$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{A^2 + 4C^2t^2 + D^2 + 4CDt}$$
$$|\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = \sqrt{4C^2} = 2C$$

Quesito 2

$$G\frac{M_T m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \qquad v = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

Quesito 3

Il campo è conservativo, avendo rotore nullo. L'energia potenziale si ottiene dal potenziale U, a sua volta ottenibile integrando su un cammino a tratti tra l'origine e il punto generico *P(x,y,x):* $V = -U = \alpha(xyz - xy^2)$

Quesito 4

$$Mg\frac{L}{2} = K\,\Delta x\,L \qquad M = \frac{2K\,\Delta x}{g} = \frac{2\times 45\times 0.12}{9.81} = 1.1Kg$$

Problema

1) $I_i = I_{asta} + 2I_{ragazzo} = \frac{1}{3}Md^2 + 2\frac{M}{3}d^2 = Md^2$

2) $K = I_i \cdot \omega_i = Md^2 \cdot \varpi_i$

3) Poiché il sistema è isolato si conserva il momento angolare. Visto che però cambia il momento d'inerzia, deve cambiare anche la velocità angolare, la cui espressione si ricava imponendo:

$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$

Con $I_f = I_{asta} + 2I_{ragazzo} = \frac{Md^2}{3} + \frac{Md^2}{6} = \frac{1}{2}Md^2$, da cui: $\omega_f = 2\omega_i$

4) L'energia meccanica è in questo caso energia cinetica di rotazione, che si scrive $E = \frac{1}{2}I\varpi^2$

Considerando la situazione iniziale e finale, $\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}(I_f\omega_f^2 - I_i\omega_f^2) = \frac{1}{2}Md^2\omega_i^2$

Che è il lavoro fatto dai ragazzi contro la forza centrifuga