Fisica Generale LA N.1

Prova Scritta del 26 Giugno 2007
Proff. A.Bertin, A.Vitale, M.Villa. A.Zoccoli, N. Semprini Cesari.

Quesiti

1) Descrivere e discutere le componenti intrinseche dell'accelerazione.

2) Ricavare la terza legge di Keplero dalla legge di gravitazione universale assumendo orbite circolari.

3) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,L,-L) con il punto B(L,L,2L).

Problema

Un'asta omogenea di massa *M*, lunghezza *2L* e dimensioni trasversali trascurabili, vincolata in un estremo ad un punto fisso P, è posta in rotazione su un piano orizzontale privo di attrito con velocità angolare iniziale avente modulo ω_0. Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

1) il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione in funzione della massa e della lunghezza dell'asta;
2) modulo, direzione e verso della reazione vincolare in P;
3) il modulo della velocità di traslazione del centro di massa v_G e della velocità angolare di rotazione ω_f quando il vincolo viene istantaneamente meno.

Soluzioni

Quesiti

3) $U(x,y,z) = -\alpha x y^2 + \cos t.$

$V = -U = \alpha x y^2 + \cos t$

$L = V(A) - V(B) = \alpha(L^3 - L^3) = 0$

Problema

1) $I = \int x^2 \delta m = \rho \int_0^{2L} x^2 \cdot dx = \rho \dfrac{8L^3}{3} = \dfrac{M}{2L} \cdot \dfrac{8L^3}{3} = \dfrac{4}{3} M L^2$

2) $\vec{R}_P + \vec{R}_{piano} + \vec{F}_p = \vec{R}_P = M\, \vec{a}_{CM} = -M \dfrac{v_{CM}^2}{L} \vec{i}_R = -M \omega_0^2 L\, \vec{i}_R$

3) Al momento del distacco il centro di massa parte per la tangente alla sua traiettoria circolare, mentre l'asta conserva un moto rotatorio, ma attorno al baricentro, in modo da conservare il momento della quantità di moto .
Il modulo della velocità traslazionale del baricentro sarà quindi:

$v_G = \omega_0 L$

Mentre per ottenere la velocità angolare finale si impone

$I\omega_0 = I_{CM}\, \omega_f$

Dove

$I_{CM} = \int_{-L}^{L} \rho x^2 dx = \dfrac{M}{2L} \cdot \dfrac{2L^3}{3} = \dfrac{ML^2}{3}$

Da cui :

$$\omega_f = \frac{I}{I_{CM}} \cdot \omega_0 = \frac{\frac{4ML^2}{3}}{\frac{ML^2}{3}} \omega_0 = 4\omega_0$$