

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER
L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA CHIMICA e CIVILE

(Proff. A. Bertin, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/9/2005

(2)

Problema

Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa M e raggio R . L'altro estremo della fune viene fissato al soffitto. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune (sempre tesa). Supponendo che non agiscano forze dissipative e applicando rispettivamente il teorema di conservazione dell'energia meccanica e le due equazioni cardinali della meccanica, determinare le espressioni delle seguenti quantità (si calcoli l'espressione del momento d'inerzia):

- la velocità angolare del disco dopo una caduta di lunghezza L .
- l'accelerazione istantanea del centro di massa del disco;
- la tensione della fune.

Quesiti

- Fare un esempio di forza conservativa, scriverne l'espressione vettoriale e, scelto un sistema di coordinate opportuno, ricavare l'espressione dell'energia potenziale in un punto generico dello spazio.
- Qual è il rapporto tra i periodi di rivoluzione di due satelliti artificiali che ruotano su orbite circolari rispettivamente a distanza $h_1 = 0.1R$ ($R =$ raggio terrestre) e a distanza $h_2 = 1.2R$ dalla superficie terrestre?
- E il rapporto tra le loro energie cinetiche?
- Un sistema isolato è composto da due punti materiali di massa $m_1 = 2 \text{ Kg}$ e $m_2 = 3 \text{ Kg}$ che si muovono con velocità $\vec{v}_1 = (1, 2, 2)$ e $\vec{v}_2 = (0, -1, 1)$ calcolare il modulo della quantità di moto del sistema.
- Scrivere e commentare le leggi di trasformazione delle velocità e delle accelerazioni.

Soluzione LA2

a)

$$MgL = \frac{1}{2} Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} M\omega^2 R^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \omega^2 = \frac{3}{4} M\omega^2 R^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{gL}{R^2}}$$

b)

$$MgR = I_{bordo} \ddot{\varphi}_{CM} = \frac{3}{2} MR^2 \frac{a_{CM}}{R} = \frac{3}{2} MRa_{CM}$$

$$a_{CM} = \frac{2}{3} g$$

c)

$$Mg - T = Ma_{CM} = \frac{2}{3} Mg$$

$$T = \frac{1}{3} Mg$$

3)

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} \propto \frac{r_2^3}{r_1^3} = \frac{(R + 1.2R)^3}{(R + 0.1R)^3} = 2^3 \quad \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{8}$$

5)

$$m \frac{v^2}{r} = \gamma \frac{mM}{r^2} \quad \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \gamma \frac{mM}{r} \quad \frac{1}{2} mv_2^2 / \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$