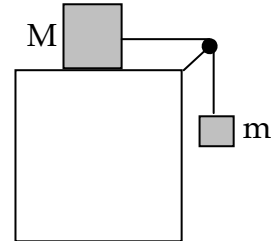


Quesiti

- 1) Determinare il valore del rapporto M/m affinché la massa m scenda con una accelerazione pari ad $1/3$ di quella di gravità.



- 2) Verificare se il campo di forze:

$$\vec{F}(x, y, z) = \alpha(2xyz(yz + 2x^2))\vec{i} + x^2z(2yz + x^2)\vec{j} + x^2y(2yz + x^2)\vec{k}$$

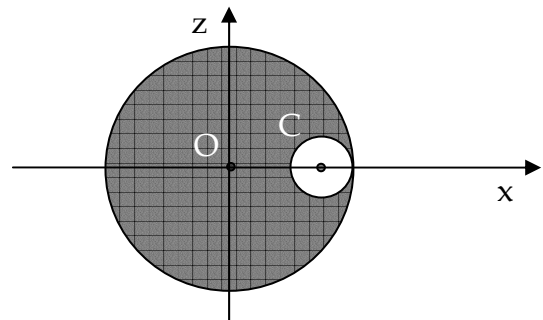
è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(L, 0, -L)$ con il punto $B(L, L, 2L)$.

- 3) Descrivere le proprietà della massa inerziale e gravitazionale.
- 4) Dedurre l'equazione del moto dei corpi rigidi in rotazione attorno ad un asse fisso partendo dalla seconda equazione cardinale della meccanica.

Problema

Sia dato il sistema rappresentato in figura e schematizzabile come l'insieme di due dischi omogenei di spessore trascurabile, il primo di centro O , raggio R e densità superficiale σ , ed il secondo di raggio $R/4$, densità superficiale 2σ ed il cui centro C disti $(3/4)R$ dal punto O . Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:



- 1) la posizione del centro di massa del sistema rispetto ad una terna di assi cartesiani coordinati $Oxyz$, aventi origine in O e con l'asse delle ascisse individuato dal vettore $(C-O)$.

Supponendo che il sistema sia posto in un piano verticale e vincolato da un perno nel punto O calcolare le espressioni:

- 2) del momento rispetto al punto O della forza peso agente sul sistema;
- 3) la posizione del centro di massa una volta raggiunto l'equilibrio statico.

Soluzioni

Quesiti

$$1) \quad \begin{cases} T = Ma \\ -T + mg = ma \end{cases} \quad a = \frac{m}{M+m} g = \frac{1}{3} g \quad M/m = 2$$

$$2) \quad U = \alpha(x^2 y^2 z^2 + x^4 yz) \\ L = U(B) - U(A) = \alpha(4L^6 + 2L^6 - 0) = 6\alpha L^6$$

Problema

1) Per motivi di simmetria il centro di massa deve trovarsi sull'asse x. Il centro di massa è dato dalla seguente espressione:

$$x_{CM} = \frac{Mx_O + mx_C}{M+m} = \frac{\sigma\pi R^2 \cdot 0 + 2\sigma\pi \left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot \frac{3R}{4}}{\sigma\pi \left(1 + \frac{2}{16}\right) R^2} = \frac{\frac{1}{8} \cdot \frac{3R}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{1}{12} R$$

2) La forza gravitazionale è applicata nel CM

$$\Rightarrow \vec{M} = x_{CM} \vec{i} \wedge (M+m)\vec{g} = \frac{1}{12} R \left(\frac{9}{8} \sigma\pi R^2\right) \vec{g} \vec{j} = \frac{3}{32} \sigma\pi R^3 \vec{g} \vec{j}$$

3) La posizione di equilibrio si raggiunge quando il momento delle forze è nullo, cioè quando il CM si trova sull'asse z: $CM = \left(0, 0, -\frac{1}{12} R\right)$