ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA CIVILE

(Prof. N. Semprini Cesari)

24/3/2005

(2)

Un'asta omogenea di sezione costante, lunghezza ℓ e massa *M,* può ruotare su di un piano orizzontale privo di attrito attorno ad un perno posizionato nel suo punto di mezzo. L'asta, il cui estremo esercita una compressione Δx_0 su di una molla di costante elastica *k,* è inizialmente in quiete . Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

a) il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse passante per il perno e ortogonale al piano;

b) il momento delle forze esterne agenti sull'asta nell'istante in cui la molla comincia a distendersi;

c) l' accelerazione angolare dell'asta nello stesso istante.

Quesiti

1) La legge oraria del moto di un punto materiale di massa m è data dalle espressioni seguenti $x = Ae^{\alpha t}, y = Bt, z = 0$. Determinare le componenti del vettore forza ed il suo modulo.
2) Un punto materiale di massa m scorre su di una guida circolare di raggio R_0 , priva di attrito, disposta verticalmente. Determinare con quale velocità deve passare nel punto più alto affinché la reazione vincolare valga la metà del peso del punto materiale.
3) Un osservatore, posizionato nel centro di una piattaforma di raggio R_0 che ruota con velocità angolare $\vec{\omega}$ costante, diretta perpendicolarmente alla piattaforma stessa verso l'alto, si muove radialmente con velocità di modulo $|\vec{v}_0|$ Scrivere l'espressione delle forze inerziali percepite dall'osservatore.
4) Quattro masse di valore $m, 2m, 3m, 4m$ sono posizionate nei vertici di un quadrato di lato L (situare la prima massa in basso a sinistra, la seconda in basso a destra, la terza in alto a destra). Determinare il momento d'inerzia del sistema rispetto ad un asse passante per la prima e la quarta massa.

Soluzione problema.

a) $I = \int r^2 dm = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^2 \lambda \, dx = \frac{1}{12} \lambda \ell^3 = \frac{1}{12} M \ell^2$

b) assumendo il polo di riduzione coincidente con il perno dell'asta ed immaginando quest'ultima disposta lungo l'asse y di una terna d'assi cartesiana con il perno nell'origine si ottiene

$\vec{M}^e = \vec{r}_\Omega \wedge \vec{F} = (0, \frac{\ell}{2}, 0) \wedge (-k\Delta x_0, 0, 0) = (0, 0, \frac{k\ell}{2} \Delta x_0)$.

c)

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I_\omega \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{I_\omega}(0,0,1) \cdot (0,0,\frac{k\ell}{2}\Delta x_0) = \frac{k\ell}{2}\Delta x_0 \frac{12}{M\ell^2} = \frac{6k\,\Delta x_0}{M\ell}$$

tale accelerazione angolare è diretta lungo l'asse di rotazione e quindi lungo l'asse delle *z.*

Soluzione quesiti.

Q1 $\vec{f} = m\vec{a} = m(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}) = m(A\alpha^2 e^{\alpha t}, 0, 0)$

$|\vec{f}| = \sqrt{\vec{f} \cdot \vec{f}} = mA\alpha^2 e^{\alpha t}$

Q2 $R + mg = m\frac{v^2}{\rho}$ $\quad R = m(\frac{v^2}{\rho} - g) = mg/2$ $\quad v = \sqrt{\frac{3}{2} R_0 g}$

Q3 $\vec{F}_{in} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v} = 2\omega v_0 \vec{i}_\varphi$

Q4 $I_\omega = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = 2mL^2 + 3mL^2 = 5mL^2$