

Quesiti

- 1) Ricavare e commentare brevemente la prima equazione cardinale della dinamica.
- 2) Discutere il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
- 3) Sia dato il campo di forze

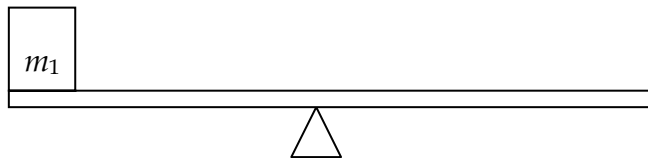
$$\vec{F}(x, y, z) = \alpha [yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}]$$

Verificare se è conservativo e calcolarne eventualmente l'espressione dell'energia potenziale.

Problema

- 1) Un sistema è costituito da una bilancia, approssimabile con un'asta rigida omogenea di massa M e lunghezza L appoggiata su di un fulcro a metà della sua lunghezza. Su un suo estremo è appoggiato un corpo di massa m_1 . Inizialmente la bilancia è tenuta in equilibrio parallelamente al terreno da un fermo. Ad un certo istante un secondo oggetto di massa $m_2 = \frac{2}{3}m_1$ cade dalla quota h sull'altro estremo ed il fermo viene rimosso. Supponendo l'urto impulsivo, calcolare:
 - a) L'espressione della velocità v_0 assunta dalla massa m_2 al momento del contatto.
 - b) L'espressione della velocità v_f assunta dal corpo di massa m_1 nell'istante successivo all'urto.
 - c) L'espressione dell'energia cinetica T assunta dall'asta.
 - d) La quota massima raggiunta da m_1 .

m_2



Soluzioni

Problema

$$1a) v_0 = \sqrt{2gh}$$

1b)

$$I = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{1}{12} ML^2$$

$$\begin{cases} m_2 v_0 \frac{L}{2} = m_1 v_f \frac{L}{2} + m_2 v_f \frac{L}{2} + I \omega_f \\ \omega_f = v_f \frac{2}{L} \end{cases}$$

$$\frac{2}{3} m_1 \sqrt{2gh} \frac{L}{2} = \frac{5}{3} m_1 v_f \frac{L}{2} + \frac{1}{12} ML^2 v_f \frac{2}{L}$$

$$2m_1 \sqrt{2gh} = (5m_1 + M)v_f$$

$$v_f = \frac{2m_1 \sqrt{2gh}}{(5m_1 + M)}$$

1c)

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{24} ML^2 \left(v_f \frac{2}{L} \right)^2 = \frac{1}{6} M v_f^2$$

1d)

$$\frac{1}{2} m_1 v_f^2 = m_1 g h'$$

$$h' = \frac{v_f^2}{g} = \frac{8m_1^2 gh}{(5m_1 + M)^2 g} = \frac{8m_1^2 h}{(5m_1 + M)^2}$$

Q3 $V(x, y, z) = -\alpha xyz$