

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, CIVILE (A-K), CIVILE (L-Z),
PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

28/6/2005

(2)

Un disco omogeneo di raggio R e massa M ruota con velocità angolare costante ω_0 nel piano orizzontale attorno all'asse verticale passante per il suo centro. La superficie del disco è attraversata da una scanalatura dritta lunga quanto il diametro, entro la quale scorre senza attrito una pallina di massa m collegata al centro del disco da una molla ideale di costante elastica k e lunghezza a riposo ℓ . Si consideri un sistema di riferimento solidale al disco, con origine nel centro del disco, asse z coincidente con l'asse di rotazione e asse x lungo la scanalatura.

- Indicando con \vec{v}_0 la velocità della pallina nel sistema di riferimento in esame, dire qual è l'effetto della forza di Coriolis sul moto della pallina.
- Determinare l'espressione della lunghezza ℓ' della molla quando il sistema è in equilibrio.
- Determinare l'espressione dell'energia cinetica del sistema all'equilibrio.

Quesiti

- Un punto materiale di massa m è trattenuto su di una traiettoria circolare di raggio R da un filo inestensibile avente un carico di rottura f_0 . Calcolare dopo quanto tempo si rompe il filo nella ipotesi che il modulo della velocità vari con il tempo secondo la legge $v = \alpha t$.
- Si commentino le principali proprietà del momento d'inerzia di un sistema.
- Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa m posto in un campo di forze che ha per energia potenziale $V(x, y, z) = \alpha z^2$, sapendo che all'istante $t = 0$ il punto si trova in $(0, 0, z_0)$ con velocità $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$.
- Due masse puntiformi uguali di valore $m = 1 \text{ Kg}$ sono poste all'estremità di una asticella di massa trascurabile rotante attorno ad un asse ad essa perpendicolare e passante per un punto distante $r_1 = 3m$ e $r_2 = 4m$ dai suoi estremi. Calcolare il momento lungo l'asse delle forze esterne agenti sul sistema nella ipotesi che la velocità angolare dell'asta vari con il tempo secondo la legge $\omega = \alpha t$ ($\alpha = 1/5 \text{ s}^{-2}$).

5) Soluzione LA2

a) La forza di Coriolis è perpendicolare alla scanalatura (asse x) e quindi non ha nessun effetto sul moto della pallina.

b) lungo la direzione x si deve avere $F_{elastica} + F_{inerziali} = -k(x - l) + m\omega_0^2 x = 0$ e quindi

$$x = \frac{k\ell}{k - m\omega_0^2}$$

$$c) T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 + mx^2 \right) \omega_0^2$$

Q1 $\vec{F} = m\vec{a}$ $f\vec{n} = m\frac{v^2}{R}\vec{n} = m\frac{\alpha^2 t^2}{R}\vec{n}$ si avrà la rottura del filo quando

$$f_0 = m\frac{\alpha^2 t^2}{R} \quad t = \sqrt{\frac{f_0 R}{m\alpha^2}}$$

Q3

$$\vec{F} = -2\alpha z \vec{k}, \quad \vec{v}_0 = v_0 \vec{i}, \quad \vec{r}_0 = z_0 \vec{k}$$

$$\ddot{x} = \ddot{y} = 0, \quad \ddot{z} + \frac{2\alpha}{m} z = 0$$

$$x(t) = v_0 t, \quad y(t) \equiv 0, \quad z(t) = z_0 \cos\left(\sqrt{\frac{2\alpha}{m}} t\right)$$

Q4

$$M_\omega = I_\omega \dot{\omega} = (mr_1^2 + mr_2^2) \dot{\omega} = 1(9 + 16) / 5 = 5 Nm$$