Fisica Generale LA

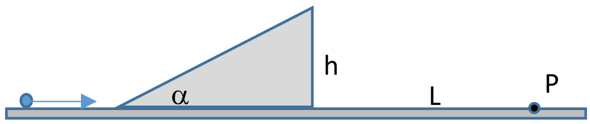
Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 1 Luglio 2016

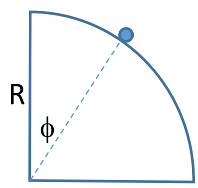
Meccanica

Q1) La posizione di un punto materiale è data dal vettore $\vec{r} = R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j} + v_0 t\,\vec{k}$ con R costante nel tempo. Calcolare le espressioni della velocità e della accelerazione. Calcolare l'angolo formato dai vettori velocità e accelerazione.

Q2) Determinare il modulo della velocità iniziale del punto materiale affinché atterri sul punto *P* nella ipotesi che non vi siano attriti.



Q3) Un punto materiale di massa m cade, partendo da fermo, lungo il profilo circolare mostrato in figura privo di attriti. i) utilizzando un sistema di versori normale-tangenziale scriverne l'equazione del moto; ii) utilizzando la conservazione della energia, dalla equazione del moto lungo il versore normale trovare l'espressione della reazione vincolare; iii) determinare il valore dell'angolo in cui il punto materiale si stacca dal profilo ovvero il valore dell'angolo che annulla il valore della reazione vincolare.



Q4) Due masse $m_1 = 2\,kg$ ed $m_2 = 4\,kg$ sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile. Il cavo è avvolto ad una carrucola di massa M. Determinare il valore di M in modo che m_2 scenda con accelerazione pari a $a_2 = g/4$.

Q5) Descrivere le proprietà della forza di attrito statico.

Q6) Mostrare e commentare i passaggi che conducono alla prima equazione cardinale della meccanica.

Termodinamica

Q1) Un sistema termodinamico è costituito da $n = 2$ moli di gas perfetto monoatomico. Inizialmente in equilibrio alla temperatura $T_1 = 300\,K$ e volume $V_1 = 1\,l$, il sistema compie un ciclo costituito dalle seguenti trasformazioni:

1) espansione adiabatica libera che porta il volume del sistema a $V_2 = 2\,l$;
2) compressione isobara quasi-statica;
3) innalzamento isocoro quasi-statico della temperatura.

Si determini a) il rendimento η del ciclo, b) la variazione di entropia del sistema, c) la variazione di entropia dell'ambiente.

Q2) Si descriva il concetto di capacità termica di un gas.

SOLUZIONI

Meccanica

Q1)

$$\vec{r} = R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j} + v_0 t\,\vec{k}$$

$$\vec{v} = -R\omega\sin\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j} + v_0\,\vec{k}$$

$$\vec{a} = -R\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - R\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{v} = (-R\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - R\omega^2\sin\omega t\,\vec{j})\cdot(-R\omega\sin\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j} + v_0\,\vec{k}) = 0$$

dunque accelerazione e velocità sono perpendicolari tra loro (moto elicoidale).

Q2)

Assumendo l'origine dei tempi nell'istante in cui il punto materiale si stacca dal punto più alto del cuneo, abbiamo le seguenti leggi orarie

$$x = (v_h\cos\alpha)t$$

$$y = h + (v_h\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

D'altra parte dalla conservazione della energia abbiamo anche

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_h^2 + mgh$$

Le condizioni affinché il punto materiale atterri in P sono

$$t = \frac{L}{v_h\cos\alpha}$$

$$y = 0$$

Da cui

$$h + (v_h\sin\alpha)\frac{L}{v_h\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_h\cos\alpha}\right)^2 = 0 \qquad v_h^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(h + L\,tg\alpha)}$$

E quindi dalla conservazione della energia

$$v_0^2 = v_h^2 + 2gh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh + \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(h + L\,tg\alpha)}}$$

Q3)

$$i)\ \ mg\cos\phi\,\hat{n} + mg\cos\phi\,\hat{t} - R\hat{n} = m(\ddot{s}\,\hat{t} + \frac{\dot{s}^2}{R}\hat{n}) \qquad s = \phi R$$

$$ii)\ mg\cos\phi - R = m\frac{\dot{s}^2}{R} \qquad R = mg\cos\phi - m\frac{\dot{s}^2}{R}$$

dalla conservazione della energia

$$mgR = mgR\cos\phi + \frac{1}{2}m\dot{s}^2 \qquad m\dot{s}^2 = 2mgR - 2mgR\cos\phi$$

$$R = 3mg\cos\phi - 2mg$$

$$iii)\ R = 3mg\cos\phi - 2mg = 0 \qquad \phi = arcos(\frac{2}{3}) = 48.2^\circ$$

Q4)

$$T_1 - m_1 g = m_1\frac{g}{4}$$

$$T_2 - m_2 g = -m_2\frac{g}{4}$$

$$(-R\,\vec{j}) \wedge (-T_1\vec{k}) + (R\,\vec{j}) \wedge (-T_2\vec{k}) = I\ddot{\varphi}$$

$$\ddot{\varphi}R = \frac{g}{4}$$

$$T_1 = \frac{5}{4}m_1 g$$

$$T_2 = \frac{3}{4}m_2 g$$

$$T_1 R - T_2 R = -\frac{1}{2}MR^2\frac{g}{4R}$$

$$M = 6m_2 - 10m_1 = 4Kg$$

Termodinamica

1)

$$\Delta U_{AB} = 0;\ \ \Delta L_{AB} = 0 \ \ e\ \ quindi\ \ \Delta Q_{AB} = 0\ \ perché\ \ espansione\ \ libera$$

2)

$$\Delta U_{BC} = \int_B^C nC_V dT = nC_V(T_C - T_B) = nC_V(T_3 - T_1)$$

$$\Delta L_{BC} = \int_B^C PdV = P_B(V_C - V_B) = P_2(V_1 - V_2)$$

$$\Delta Q_{BC} = nC_V(T_3 - T_1) + P_2(V_1 - V_2)$$

3)

$$\Delta U_{CA} = \int_C^A nC_V dT = nC_V(T_A - T_C) = nC_V(T_1 - T_3)$$

$$\Delta L_{CA} = \int_C^A PdV = 0$$

$$\Delta Q_{CA} = nC_V(T_1 - T_3)$$

$a)$

$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{\Delta L_{BC}}{\Delta Q_{CA}} = \frac{P_2(V_1 - V_2)}{nC_V(T_1 - T_3)}$$

si tenga ora conto delle relazioni tra le coordinate

$$P_1V_1 = nRT_1 \qquad P_2V_2 = nRT_1 \qquad P_2V_1 = nRT_3$$

da cui

$$T_1 = \frac{P_2V_2}{nR} \quad T_3 = \frac{P_2V_1}{nR}$$

sostituendo

$$\eta = \frac{P_2(V_1 - V_2)}{nC_V\left(\frac{P_2V_2}{nR} - \frac{P_2V_1}{nR}\right)} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{R}{\frac{3}{2}R} = -\frac{2}{3}$$

b) Poiché il sistema compie una trasformazione ciclica la sua variazione di entropia è nulla.

c) Per quanto riguarda la variazione di entropia dell'universo possiamo scrivere

$$\Delta S^U = \Delta S^U_{AB} + \Delta S^U_{BC} + \Delta S^U_{CA}$$

ma $\Delta S^U_{BC} = \Delta S^U_{CA} = 0$ *poiché trasformazioni quasi-statiche reversibili*

$$\Delta S^U = \Delta S^U_{AB} = \Delta S^S_{AB} + \Delta S^A_{AB}$$

inoltre $\Delta S^A_{AB} = 0$ *poiché l'ambiente non riceve calore*

dunque $\Delta S^U = \Delta S^S_{AB} = \int_A^B \frac{đQ}{T} = \int_A^B nC_V \frac{dT}{T} + \frac{P}{T}dV = \int_A^B \frac{P}{T}dV = \int_A^B nR\frac{dV}{V} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = 2 \times 8{,}314 \times \ln 2 = 11.53\ J/K$