

# Fisica Generale LA

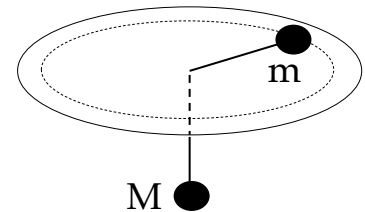
Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 2 Luglio 2019

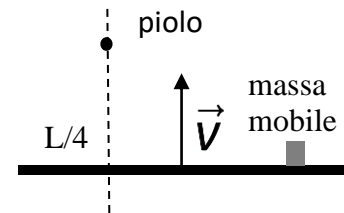
## Meccanica

**Q1)** Il moto di un punto materiale è descritto dal vettore  $\vec{r} = r\vec{i}_r$ ,  $r = r_0 + at$ ,  $\varphi = bt$ . Determinare i) l'espressione del vettore velocità; ii) l'espressione del vettore accelerazione; iii) l'espressione della accelerazione tangenziale.

**Q2)** Due corpi materiali di massa  $m$  ed  $M$  sono collegati tra loro da un filo inestensibile di massa trascurabile di lunghezza  $L$ , passante attraverso il piccolo foro centrale di una piattaforma circolare scorrendovi senza attriti. Determinare il periodo  $T$  del moto circolare della massa  $m$  capace di sostenere in posizione fissa la massa  $M$  con un tratto di filo  $L/2$  (trascurare l'attrito di  $m$  sulla piattaforma). Calcolare  $T$  nel caso in cui  $M=3\text{ Kg}$ ,  $m=2\text{ Kg}$  ed  $L=1\text{ m}$ .



**Q3)** Una sbarra omogenea di lunghezza  $L$  e massa  $M$  procede con velocità costante in modulo e direzione su di un piano orizzontale privo di attrito. Determinare la posizione della massa mobile  $m$  (approssimata come puntiforme) tale per cui l'urto con il piolo non determini alcuna rotazione della sbarra (si assuma  $m=3M$ ).



**Q4)** Calcolare il momento d'inerzia di un profilo circolare omogeneo di densità lineare di massa  $\lambda$ , raggio  $R$  e massa  $M$  rispetto ad un asse di rotazione passante per il centro e giacente sul piano del profilo.

**Q5)** Enunciare e dimostrare il teorema della forza viva.

**Q6)** Descrivere e commentare la forza di gravitazione.

**Q7)** Dimostrare il teorema di Konig per l'energia cinetica del corpo rigido.

## Termodinamica

**Q1)** Due moli di gas biatomico nello stato 1 sono posti a contatto con un serbatoio di calore a temperatura  $T_3=850\text{K}$  raggiungendo lo stato 2 attraverso una trasformazione isocora irreversibile. Successivamente, attraverso una trasformazione reversibile a contatto con il serbatoio, il gas raggiunge lo stato 3 con volume  $V_3=2 V_2$ . Infine il gas viene riportato nello stato 1 per mezzo di una trasformazione isobara reversibile. Determinare i) le frazioni di calore e lavoro scambiate dal gas in ciascuna delle trasformazioni; ii) il rendimento del ciclo; iii) la variazione di entropia complessiva del sistema e dell'ambiente.

**Q2)** Calcolare il rendimento del ciclo di Carnot.

## MECCANICA

Q1)

$$\vec{r} = r\vec{i}_r \quad r = r_0 + at \quad \varphi = bt$$

i)

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{i}_r + r\dot{\varphi}\vec{i}_\varphi = a\vec{i}_r + rb\vec{i}_\varphi$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = a\dot{\varphi}\vec{i}_\varphi + r\dot{b}\vec{i}_\varphi - rb^2\vec{i}_r = -rb^2\vec{i}_r + 2ab\vec{i}_\varphi$$

ii)

$$\vec{t} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad \vec{a}_t = (\vec{a} \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|})\vec{t} = \frac{(-rb^2\vec{i}_r + 2ab\vec{i}_\varphi) \cdot (a\vec{i}_r + rb\vec{i}_\varphi)}{\sqrt{a^2 + r^2b^2}} = \frac{rab^2}{\sqrt{a^2 + r^2b^2}}\vec{t}$$

Q2)

equazioni del moto delle masse

$$-T\vec{i}_r = -m\omega^2 \frac{L}{2}\vec{i}_r \quad T\vec{k} - Mg\vec{k} = \vec{0}$$

$$Mg = m\omega^2 \frac{L}{2} \quad Mg = m \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{L}{2} \quad T = \pi \sqrt{\frac{m}{M} \frac{2L}{g}} = 1.16 s$$

Q3)

$$\vec{M}_\Omega^{est} = \frac{d\vec{L}_\Omega}{dt} + \vec{v}_\Omega \wedge \vec{P}$$

se  $\Omega$  coincide con il punto d'impatto del piolo allora  $\vec{v}_\Omega \wedge \vec{P} = 0$ ,  $\vec{M}_\Omega^{est} = 0$ ,  $\vec{L}_\Omega = \text{cost} = \vec{0}$

ma  $\vec{L}_\Omega = \vec{L}_{CM}^* + \vec{r}_{\Omega,CM} \wedge M\vec{v}_{CM} = \vec{0}$  se e solo se  $\vec{L}_{CM}^* = \vec{0}$  ed  $\vec{r}_{\Omega,CM} = \vec{0}$

dunque se il piolo urta la sbarra nel centro di massa.

Il centro di massa vale allora

$$x_{CM} = \frac{\int_0^L x\lambda dx + x_0 m}{M+m} = \frac{\int_0^L x\lambda dx + x_0 m}{M+m} = \frac{\frac{1}{2}ML + x_0 m}{M+m} = \frac{L}{4}$$

$$x_0 = \frac{L}{4} \left(1 - \frac{M}{m}\right) = \frac{L}{4} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{L}{6}$$

## TERMODINAMICA

**Q1)**

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \quad V_2 = V_1 \quad T_2 = T_S$$

$$P_3 V_3 = nRT_3 \quad T_3 = T_2 = T_S \quad V_3 = 2V_2 = 2V_1$$

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$P_2 V_1 = nRT_S$$

$$2P_1 V_1 = nRT_S$$

$$P_1/P_2 = T_1/T_S \quad 1/2 = T_1/T_S \quad P_2/2P_1 = 1$$

$$P_2 = 2P_1 \quad T_1 = T_S/2 \quad P_2 = 2P_1$$

i)

*isocora irreversibile 1-2*

$$\delta L = 0 \quad \Delta L_{12} = 0$$

$$\delta Q = nC_v dT \quad \Delta Q_{12} = nC_v \int_{T_1}^{T_2} dT = nC_v(T_2 - T_1) = nC_v(T_S - T_S/2) = nC_v T_S/2 = 17659 \text{ J}$$

*isoterma reversibile 2-3*

$$\delta L = p dV \quad \Delta L_{23} = \Delta Q_{23}$$

$$\delta Q = P dV \quad \Delta Q_{23} = nRT_S \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = nRT_S \ln(V_3/V_2) = nRT_S \ln(2) = 9792 \text{ J}$$

*isobara reversibile 3-1*

$$\delta L = P dV \quad \Delta L_{31} = P_3 \int_{V_3}^{V_1} dV = P_3(V_1 - V_3) = P_1(V_1 - 2V_1) = -P_1 V_1 = -nRT_1 = -nRT_S/2 = -7063.5 \text{ J}$$

$$\delta Q = nC_p dT \quad \Delta Q_{31} = nC_p \int_{T_3}^{T_1} dT = nC_p(T_1 - T_3) = nC_p(T_S/2 - T_S) = -nC_p T_S/2 = -24722 \text{ J}$$

ii)

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{ass}}} = \frac{\Delta L_{12} + \Delta L_{23} + \Delta L_{31}}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}} = \frac{nRT_S \ln(2) - nRT_S/2}{nC_v T_S/2 + nRT_S \ln(2)} = \frac{\ln(2) - 1/2}{5/4 + \ln(2)} = 0.099$$

iii)

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

variazione entropia serbatoio

$$\Delta S_{12} = \int \frac{dQ_{12}^{\text{ser}}}{T_{12}^{\text{ser}}} = \int \frac{-dQ_{12}^{\text{gas}}}{T_{12}^{\text{ser}}} = -\frac{\Delta Q_{12}}{T_s} = -\frac{nC_v}{2}$$

$$\Delta S_{23} = \int \frac{dQ_{23}^{\text{ser}}}{T_{23}^{\text{ser}}} = \int \frac{-dQ_{23}^{\text{gas}}}{T_{23}^{\text{gas}}} = -\frac{\Delta Q_{23}}{T_s} = -nR \ln(2)$$

variazione entropia altro serbatoio

$$\Delta S_{31} = \int \frac{dQ_{31}^{\text{ser}}}{T_{31}^{\text{ser}}} = \int \frac{-dQ_{31}^{\text{gas}}}{T_{31}^{\text{gas}}} = \int_{T_3}^{T_1} \frac{-nC_p dT}{T} = -nC_p \ln(T_1/T_3) = -nC_p \ln(1/2) = nC_p \ln(2)$$

$$\Delta S = -\frac{nC_v}{2} - nR \ln(2) + nC_p \ln(2) = nC_v (\ln(2) - 1/2) = 8.03 J/K$$