

Fisica Generale LA

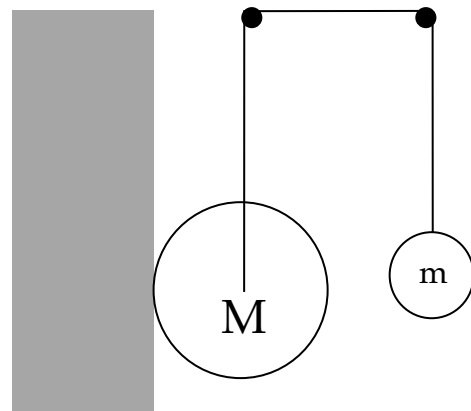
Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 4 Febbraio 2020

Q1) Dati i vettori $\vec{v} = (2,3,1)$ e $\vec{w} = (0,1,2)$ calcolare il vettore $\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}| \hat{w}$.

Q2) Una astronave, inizialmente in orbita attorno alla terra su di una traiettoria circolare di raggio R_0 con velocità costante di modulo v_0 , si porta su di una traiettoria circolare di raggio $R_1 = 1/4 R_0$. Calcolare il valore della nuova velocità dell'astronave.

Q3) Un punto materiale di massa $m = \pi \text{ Kg}$, soggetto alla sola azione della forza posizionale $\vec{f} = k \vec{i}_\phi$, si muove lungo una guida circolare priva di attrito di raggio $R = 2m$, disposta nel piano xy con il centro nella origine (si noti che la forza è sempre collineare con lo spostamento). Calcolare il valore di k sapendo che la velocità iniziale del punto materiale è nulla e che dopo un giro completo vale $v = 4 \text{ m/s}$.



Q4) Calcolare l'accelerazione della massa m nella ipotesi che il disco omogeneo di massa M e raggio R rotoli senza strisciare e che lo scorrimento del filo sui pioli sia privo di attrito.

Q5) Introdurre e commentare il concetto di energia meccanica.

Q6) Mostrare e commentare i passaggi che conducono alla prima equazione cardinale della meccanica.

Termodinamica

Q1) Nel corso di una trasformazione isocora due moli di gas monoatomico ($C_V = 3/2 R$) cambiano la propria temperatura da $t = 0^\circ\text{C}$ a $t = 20^\circ\text{C}$. Calcolare la variazione di entropia.

Q2) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un'espansione isoterma reversibile partendo da temperatura e volume iniziali $T_1 = 20^\circ\text{C}$ e $V_1 = 23 \text{ l}$ e triplicando il proprio volume. Motivando le risposte ed usando per la costante dei gas il valore $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ determinare le seguenti quantità:

- il lavoro L compiuto dal gas;
- la variazione di energia interna ΔU subita dal gas;
- la variazione d'entropia ΔS_g subita dal gas.

SOLUZIONI

Meccanica

Q1)

$$\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}| \hat{w} = 2(2,3,1) + 3(0,1,2) + (2,3,1) \wedge (0,1,2) + \frac{\sqrt{(2,3,1) \cdot (2,3,1)}}{\sqrt{(0,1,2) \cdot (0,1,2)}} (0,1,2) =$$
$$= (9,5 + \sqrt{\frac{14}{5}}, 10 + 2\sqrt{\frac{14}{5}})$$

Q2)

dato che $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$ per ogni orbita vale la condizione $GM = v^2 R$ da cui $v_0^2 R_0 = v_1^2 R_1$

che fornisce $v_1 = v_0 \sqrt{\frac{R_0}{R_1}} = 2v_0$

Q3)

$$\vec{f} = k \vec{i}_\phi$$

$$\int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{s} = T_B - T_A \quad \int_{\phi_0}^{\phi_0+2\pi} (k \vec{i}_\phi) \cdot (R d\phi \vec{i}_\phi) = 2\pi R k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\text{da cui} \quad k = \frac{1}{4} \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{\pi R} = \frac{\pi \times 16}{4 \times \pi \times 2} = 2N$$

Q4)

Dalle equazioni cardinali valide per il disco e dalla equazione di Newton valida per il punto materiale si ha il sistema

$$T + T_a - Mg = M \ddot{y}_1$$

$$\text{se } \vec{\omega} = \vec{k} \text{ allora } (-R\vec{i}) \wedge (T_a \vec{j}) \cdot \vec{k} = I \ddot{\phi} \quad \text{da cui}$$

$$-R T_a = I \ddot{\phi}$$

$$T - mg = m \ddot{y}_2$$

$$\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$$

$$\ddot{\phi} R = \ddot{y}_1$$

dopo qualche semplice sostituzione si ha

$$\ddot{y}_2 = \frac{M - m}{\frac{I}{R^2} + M + m} g = \frac{M - m}{\frac{3}{2} M + m} g$$

Termodinamica

Q1)

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{nC_v dT + PdV}{T} = nC_v \frac{dT}{T} \quad S = nC_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = n \frac{3}{2} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 2 \times \frac{3}{2} \times 8.31 \times \ln\left(\frac{293.15}{273.15}\right) \approx 1.76 \frac{J}{K}$$

Q2)

Trattandosi di una trasformazione reversibile, quindi quasi statica, e isoterma

$$L = \int_{V_1}^{3V_1} p dV = \int_{V_1}^{3V_1} nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \int_{V_1}^{3V_1} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln 3 = 2 \times 8.314 \times 293 \times \ln 3 = 5352 J.$$

b) Trattandosi dell'isoterma di un gas perfetto, $\Delta U = 0$ dato che l'energia interna per tale sistema dipende solo dalla temperatura.

c) Ricordando la formula che riguarda la variazione d'entropia d'un gas perfetto in funzione delle variabili T e V , questa si riduce a $\Delta S_g = nR \ln \frac{3V_1}{V_1} = nR \ln 3 = 2 \times 8.314 \times \ln 3 = 18.27 J/K$.