Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

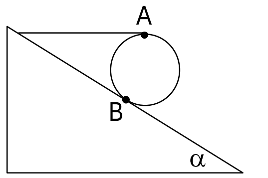
Prova Scritta del 4 Luglio 2014

Meccanica

Q1) Un punto materiale scivola, senza attriti, lungo un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale partendo fermo da una quota h. Determinare per quale valore dell'angolo α il tempo di discesa lungo il piano inclinato è uguale al doppio del tempo di caduta libera dalla stessa quota **(4 pti).**

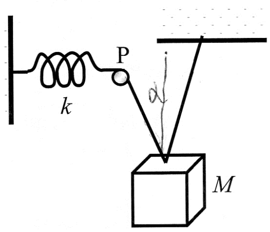
Q2) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left[2y^2z\vec{i} + 4xyz\vec{j} + 2xy^2\vec{k}\right]$ (dove α è una costante) è conservativo, e, in caso affermativo, calcolare l'espressione dell'energia potenziale *V(x,y,z)* e determinare le dimensioni della costante α **(2 pti).**

Q3) Un cilindro di raggio R è appoggiato su di un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale. Il cilindro è tenuto in equilibrio da una funicella disposta orizzontalmente e fissata sia al piano inclinato che alla sommità A del cilindro stesso. Determinare l'espressione della tensione T della funicella e della forza di attrito statico esercitata nel punto B del cilindro affinché l'equilibrio sia possibile **(9 pti).**



Q4) Spiegare la differenza tra il concetto di massa inerziale e gravitazionale **(4 pti).**
Q5) Dimostrare la relazione di Poisson per la derivata temporale del versore $\hat{\imath}$ **(4 pti).**

Q6) Un sistema meccanico in equilibrio è costituito come in Figura da un blocco di massa *M* sorretto da due funi inestensibili, una vincolata a un piano orizzontale e l'altra collegata a una molla ideale di costante elastica *k* allungata d'un tratto Δx (incognito) rispetto alla sua lunghezza a riposo. La molla esercita una forza $\vec{F}$ espressa dalla legge di Hooke. Un piolo ideale *P* è situato in maniera tale che entrambe le funi formino con la verticale un angolo α di 30°.
Considerando trascurabili le masse della molla e delle funi e sapendo che il baricentro del corpo si trova ad una quota *h* rispetto al suolo, determinare, in funzione delle costanti note e del modulo *g* dell'accelerazione di gravità, le espressioni delle seguenti quantità:
a) l'allungamento Δx della molla **(2 pti)**;
b) il modulo della tensione *T* della fune di destra **(2 pti)**;
c) l'energia meccanica totale del sistema **(1 pti).**



Termodinamica

Q1) Un cilindro dotato di pistone contiene 3 moli di gas perfetto ed è in contatto termico, attraverso la parete di fondo, con un serbatoio di calore alla temperatura *T=380 K*. Nel corso di una trasformazione reversibile il volume del gas viene triplicato. Determinare il calore assorbito dal gas e la corrispondente variazione di entropia **(4 pti).**

Q2) Dimostrare che nel corso di una trasfomazione adiabatica reversibile vale la relazione
$PV^{C_P/C_V} = costante$ **(4 pti).**

Q3) Dimostrare l'equivalenza degli enunciati di Kelvin-Plank e Clausius del secondo principio della termodinamica **(4 pti).**

Soluzioni compito:

Meccanica

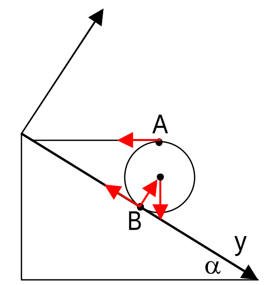
Quesito 1
Assumendo un asse y parallelo al piano inclinato avente l'origine nel punto di partenza alla quota h si ha la seguente equazione oraria del moto del punto materiale $y=\frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2$. Ciò significa che il tempo di percorrenza del piano inclinato di lunghezza L vale $T_p=\sqrt{\frac{2L}{g\sin\alpha}}$. D'altra parte il tempo di caduta libera dalla quota h vale $T_c=\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Imponendo allora che $T_p=2T_c$ e tenendo conto che $L\sin\alpha=h$ otteniamo

$$\sqrt{\frac{2L}{g\sin\alpha}}=2\sqrt{\frac{2h}{g}}\qquad \frac{2L}{g\sin\alpha}=4\frac{2h}{g}\qquad \frac{L}{\sin\alpha}=4L\sin\alpha\qquad \sin\alpha=\frac{1}{2}\qquad \alpha=30^\circ$$

Quesito 2
Il rotore è nullo, quindi il campo è conservativo; integrando sul circuito a zig-zag si ha $V(x,y,z)=-2\alpha xy^2z$. Le dimensioni e le unità di misura di α sono $Nm^{-3}=kg\ m^{-2}s^{-2}$.

Quesito 3

Scegliendo gli assi come indicato nella figura



possiamo scrivere le equazioni cardinali nel caso statico nel modo seguente

$$\begin{cases}-T\cos\alpha\hat{\jmath}-T\sin\alpha\hat{k}-F_s\,\hat{\jmath}+R_N\hat{k}+Mg\sin\alpha\hat{\jmath}-Mg\cos\alpha\hat{k}=0\\ (-R\sin\alpha\hat{\jmath}+R\cos\alpha\hat{k})\wedge(-T\cos\alpha\hat{\jmath}-T\sin\alpha\hat{k})+(-R\hat{k})\wedge(-F_s\,\hat{\jmath}+R\hat{k})=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-T\cos\alpha-F_s+Mg\sin\alpha=0\\ -T\sin\alpha+R_N-Mg\cos\alpha=0\\ RT\sin^2\alpha+RT\cos^2\alpha-RF_s=0\end{cases}\qquad \begin{cases}-\\ -\\ T=F_s\end{cases}\qquad \begin{cases}T=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}Mg\\ -\\ F_s=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}Mg\end{cases}$$

Problema
a), b)
In base alla prima equazione cardinale della statica sarà nulla la risultante delle forze applicate , cioè $\vec{T}+\vec{F}+M\vec{g}=\vec{0}$.

Assumendo un sistema di riferimento piano nel quale l' asse z è verticale ascendente e l' asse y ha verso da sinistra a destra nella Figura, e tenendo presente che la forza $\vec{F} = -k\Delta x\vec{j}$ espressa dalla molla si trasmette direttamente al blocco attraverso la fune di sinistra, l'equazione vettoriale precedente corrisponde a due equazioni scalari per le componenti delle diverse forze interessate:

$$\begin{cases} T\sin\alpha - k\Delta x\sin\alpha = 0 \\ T\cos\alpha + k\Delta x\cos\alpha - Mg = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} T = k\Delta x \\ 2T\cos\alpha = Mg \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ 2k\Delta x\cos\alpha = Mg \end{cases} \quad \begin{cases} T = \dfrac{Mg}{2\cos\alpha} = \dfrac{Mg}{\sqrt{3}} \\ \Delta x = \dfrac{Mg}{2k\cos\alpha} = \dfrac{Mg}{k\sqrt{3}} \end{cases}$$

c) l'energia meccanica totale del sistema è costituita dall'energia potenziale immagazzinata nella molla a causa della sua estensione sommata all'energia potenziale del blocco M dovuta alla quota h del baricentro rispetto al suolo cioè

$$E = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 + Mgh = \frac{1}{2}k\frac{(Mg)^2}{3k^2} + Mgh = \frac{1}{2}\frac{(Mg)^2}{3k} + Mgh.$$

Termodinamica

Q1

$$dQ = dU + dL \qquad dQ = P\,dV \qquad \Delta Q = \int_{V_0}^{3V_0} PdV = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{nRT}{V}dV = nRT\ln 3 = 3\times 8,31\times 380\times 1.10 = 10420.8\ J$$

$$\Delta S = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{dQ}{T} = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{P}{T}dV = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{nR}{V}dV = nR\ln 3 = 3\times 8,31\times 1.10 = 27.4\ J/K$$