# Fisica Generale LA

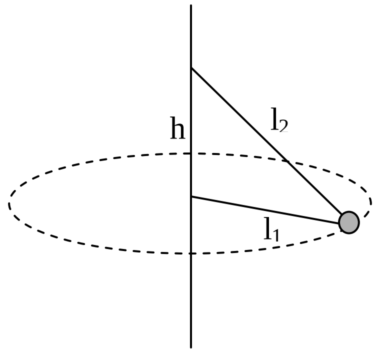
**Prof. Nicola Semprini Cesari**

**Prova Scritta del 10 Giugno 2015**

## Meccanica

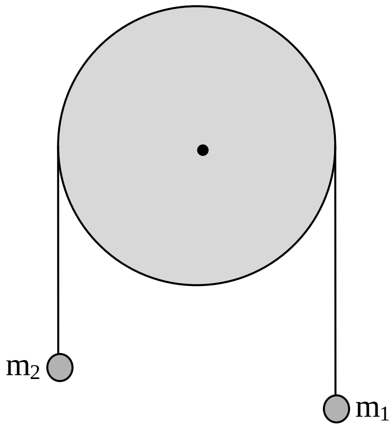
**Q1)** Immaginando di collocare la massa $m_1$ nella origine del riferimento, esprimere, nel sistema di coordinate cartesiano, l'energia potenziale gravitazionale di una massa $m_2$ posizionata nel generico punto P(x,y,z) dello spazio. Dalla relazione $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ calcolare anche l'espressione della forza gravitazionale.

**Q2)** Un punto materiale di massa $m$ si muove lungo una traiettoria circolare a seguito della forza esercitata da due fili inestensibili di lunghezza $l_1$ ed $l_2$ fissati all'altro estremo su di una asta verticale ad una distanza $h$ (vedi figura). Determinare la tensione $T_1$ del filo orizzontale in funzione della velocità angolare $\omega$ del punto materiale. Discutere le differenti situazioni possibili.




**Q3)** Data una lastra omogenea di lato $L$ e densità superficiale di massa $\sigma$ dimostrare che il suo centro di massa cade nel centro geometrico della lastra stessa.

**Q4)** Una ruota omogenea di massa $M$ e raggio $R$, libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro, è soggetta alla azione di due funicelle inestensibili di massa trascurabile alle cui estremità sono fissate due masse $m_1$ ed $m_2$ ($m_1$>$m_2$). Determinare l'accelerazione verticale della massa $m_1$.




**Q5)** Enunciare e dimostrare il teorema di Konig per l'energia cinetica di un sistema rigido di punti materiali.

**Q6)** Spiegare cosa sono le forze inerziali, scrivere e commentare i diversi termini che compaiono nella loro espressione.

## Termodinamica

**Q1)** Commentare le trasformazioni del ciclo di Carnot e calcolarne il rendimento.

**Q2)** Calcolare la relazione esistente tra temperatura e volume nel caso di una trasformazione adiabatica quasi statica.

**Q3)** Commentare il significato fisico del primo principio della termodinamica.

# Soluzioni Meccanica

## Q1)

$$V = -G\frac{m_1 m_2}{r} = -G\frac{m_1 m_2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k} = -G\frac{m_1 m_2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}(x\hat{\imath}+y\hat{\jmath}+z\hat{k}) = -G\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$$

## Q2)

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad -T_1\hat{\imath}_r - T_2\cos\vartheta\,\hat{\imath}_r + T_2\sin\vartheta\,\hat{k} - mg\vec{k} = -m\,\omega^2 r\,\hat{\imath}_r$$

$$\begin{cases} T_2\sin\vartheta = mg \\ -T_1 - T_2\cos\vartheta = -m\,\omega^2 l_1 \\ \sin\vartheta = h/l_2 \quad \cos\vartheta = l_1/l_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_2 = \dfrac{mgl_2}{h} \\ -T_1 - \dfrac{mgl_2}{h}\dfrac{l_1}{l_2} = -m\,\omega^2 l_1 \end{cases} \qquad T_1 = m(\omega^2 - \frac{g}{h})$$

se $\omega > \sqrt{g/h}$ il filo orizzontale esercita una tensione sul punto materiale; se $\omega = \sqrt{g/h}$ la tensione del filo orizzontale si annulla e la forza centripeta necessaria per sostenere il moto è data interamente dal filo obliquo; se $\omega < \sqrt{g/h}$ il filo dovrebbe esercitare una forza radiale uscente sul punto materiale ma poiché ciò non è possibile (il filo può solo tirare non spingere) non esiste moto con questa caratteristica.

## Q3)

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{j=1}^{N} m_j\vec{r}_j}{\sum_{j=1}^{N} m_j} = \frac{\iint_{lastra}\sigma\,dx\,dy(x\hat{\imath}+y\hat{\jmath})}{\iint_{lastra}\sigma\,dx\,dy} = \frac{(\int_0^L\int_0^L \sigma\,x\,dx\,dy)\hat{\imath} + (\int_0^L\int_0^L \sigma\,y\,dx\,dy)\hat{\jmath}}{\int_0^L\int_0^L \sigma\,dx\,dy} = \frac{\sigma\frac{1}{2}L^2L\,\hat{\imath} + \sigma\frac{1}{2}L^2L\,\hat{\jmath}}{\sigma L^2} = \frac{L}{2}\,\hat{\imath} + \frac{L}{2}\,\hat{\jmath}$$

## Q4)

$$\begin{cases} \hat{\omega}\cdot\vec{M}^e_\Omega = I_{\hat{\omega}}\ddot{\varphi} \\ \vec{f}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{f}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}\cdot[(R\hat{\jmath})\wedge(-T_1\hat{k}) + (-R\hat{\jmath})\wedge(-T_2\hat{k})] = I_{\hat{\omega}}\ddot{\varphi} \\ T_1\hat{k} - m_1 g\hat{k} = m_1\ddot{z}_1\hat{k} \\ T_2\hat{k} - m_2 g\hat{k} = m_2\ddot{z}_2\hat{k} \\ \dot{z}_1 = R\dot{\varphi} \quad \dot{z}_2 = -R\dot{\varphi} \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}\cdot[-T_1R\hat{\imath} + T_2R\hat{\imath}] = I_{\hat{\omega}}\ddot{z}_1/R \\ T_1 - m_1 g = m_1\ddot{z}_1 \\ T_2 - m_2 g = -m_2\ddot{z}_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (T_2 - T_1)R = I_{\hat{\omega}}\ddot{z}_1/R \\ T_1 = m_1 g + m_1\ddot{z}_1 \\ T_2 = m_2 g - m_2\ddot{z}_1 \end{cases} \qquad (m_2 - m_1)gR - (m_2 + m_1)\ddot{z}_1 R = I_{\hat{\omega}}\ddot{z}_1/R \qquad \ddot{z}_1 = \frac{(m_2 - m_1)R^2}{(m_2 + m_1)R^2 + I}g$$

## Soluzioni Termodinamica

### Q2)

$$\begin{cases} đQ = dU + đL = nc_V dT + pdV \\ pV = nRT \end{cases} \qquad 0 = nc_V dT + \frac{nRT}{V} dV \qquad 0 = c_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \qquad \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_V} \frac{dV}{V}$$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_V} \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V} \qquad \ln \frac{T}{T_0} = -\frac{R}{c_V} \ln \frac{V}{V_0} \qquad \ln \frac{T}{T_0} = \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{R}{c_V}} \qquad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{R}{c_V}} \qquad TV^{\frac{R}{c_V}} = T_0 V_0^{\frac{R}{c_V}}$$

$$TV^{\frac{R}{c_V}} = Kost$$