Fisica Generale LA

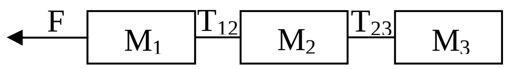
Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 11 Febbraio 2015

Meccanica

Q1) Un corpo di massa *m* è appeso ad un filo fissato allo specchio retrovisore esterno di un'automobile. Calcolare l'angolo che il filo forma con la perpendicolare al suolo nel caso in cui l'automobile percorra una curva di raggio *r=40m* con velocità di modulo costante *v=20 m/*s.

Q2) Le tre masse indicate in figura sono appoggiate su di un piano orizzontale privo di attrito. Alla prima di esse viene applicata una forza *F* di modulo e direzione costanti. Esprimere le tensioni T_{12} e T_{23} in funzione delle masse e di *F*.



Q3) Un punto materiale di massa *m*, in moto lungo l'asse *x* di un riferimento *Oxy*, è soggetto all'azione di una forza $f = -\Lambda \dot{x}^2$. Fornire l'espressione della velocità in funzione del tempo nella ipotesi che v_0 sia il suo valore al tempo *t=0*.

Q4) Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens-Steiner.

Q5) Scrivere e commentare l'espressione delle forze inerziali.

Q6) Scrivere e risolvere l'equazione del moto del pendolo**.**

Termodinamica

Q1) Calcolare la variazione di entropia di un gas perfetto che subisce una trasformazione isoterma reversibile in funzione del volume e poi della pressione.

Q2) Commentare le scale di temperatura Celsius, Kelvin e assoluta.

Problema) Due blocchi materiali di massa m_1 e m_2 e capacità termica c_1 e c_2 rispettivamente, si trovano isolati alla temperatura iniziale T_1 e T_2. Successivamente vengono posti in contatto termico fino al raggiungimento dell'equilibrio. Calcolare la temperatura di equilibrio servendosi del primo e secondo principio della termodinamica i) nel caso in cui le masse e le capacità termiche sono identiche; ii) nel caso in cui le masse e le capacità termiche sono diverse.

Soluzioni Meccanica

Q1)

Nel riferimento solidale a terra l'equazione del moto della massa m è la seguente

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

Assumendo un sistema di versori cilindrico con l'origine al centro della curva otteniamo le espressioni

$$-T\sin\vartheta\hat{\imath}_r + T\cos\vartheta\hat{k} - mg\hat{k} = -m\frac{v^2}{R}\hat{\imath}_r \qquad T\sin\vartheta = m\frac{v^2}{R} \qquad T\cos\vartheta = mg$$

da cui otteniamo l'angolo del filo rispetto alla verticale

$$tg\vartheta = \frac{v^2}{gR} \qquad \vartheta = arctg(\frac{v^2}{gR})$$

$$\boxed{\vartheta = arctg(\frac{20^2}{9.81\times 40}) = 45.6^\circ}$$

Q2)

$$\vec{f} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = (M_1 + M_2 + M_3)\vec{a} \qquad \vec{T}_{12} = (M_2 + M_3)\vec{a} \qquad \vec{T}_{23} = M_3\,\vec{a}$$

$$a = \frac{1}{(M_1 + M_2 + M_3)}F$$

$$T_{12} = (M_2 + M_3)a = \frac{(M_2 + M_3)}{(M_1 + M_2 + M_3)}F$$

$$T_{23} = M_3\,a = \frac{M_3}{(M_1 + M_2 + M_3)}F$$

Q3)

$$\vec{f} = m\vec{a} \qquad f_x = m\ddot{x} \qquad -\Lambda\dot{x}^2 = m\ddot{x} \qquad \dot{x} = v \qquad -\Lambda v^2 = m\dot{v} \qquad -\Lambda v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$-\Lambda dt = m\frac{dv}{v^2} \qquad -\Lambda\int_0^t dt = m\int_{v_0}^{v(t)}\frac{dv}{v^2} \qquad -\Lambda t = m[-\frac{1}{v}]_{v_0}^{v(t)} \qquad -\Lambda t = m(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v(t)})$$

$$\frac{1}{v(t)} = \frac{1}{v_0} + \frac{\Lambda}{m}t \qquad v(t) = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + \frac{\Lambda}{m}t}$$

$$\boxed{v(t) = \frac{mv_0}{m + \Lambda v_0 t}}$$

Soluzioni Termodinamica

Q1)

$$dS = \frac{đQ}{T} = \frac{dU + đL}{T} = \frac{pdV}{T} = nR\frac{dV}{V} \qquad \int_{S_1}^{S_2} dS = nR\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR\ln(\frac{V_2}{V_1})$$

da cui $\boxed{S_2 - S_1 = nR\ln(\frac{V_2}{V_1})}$

$$PV = nRT \qquad P_1V_1 = P_2V_2 \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

da cui $\boxed{S_2 - S_1 = nR\ln(\frac{P_1}{P_2})}$

Problema)

Svolgiamo solo i calcoli nel caso generale.

Richiamiamo il primo e secondo principio della termodinamica

$$đQ = 0 \qquad dS \geq 0$$

Dato che il sistema termodinamico si compone di due blocchi e tenendo conto della espressione del calore scambiato in funzione della capacità termica per unità di massa, abbiamo

$$đQ = đQ_1 + đQ_2 = m_1 c_1 dT_1 + m_2 c_2 dT_2 = 0$$

$$dS = \frac{đQ_1}{T_1} + \frac{đQ_2}{T_2} = m_1 c_1 \frac{dT}{T_1} + m_2 c_2 \frac{dT}{T_2} \geq 0$$

integrando otteniamo

$$m_1 c_1 \int_{T_1}^{T_1'} dT_1 + m_2 c_2 \int_{T_2}^{T_2'} dT_2 = 0 \qquad m_1 c_1 (T_1' - T_1) + m_2 c_2 (T_2' - T_2) = 0$$

$$m_1 c_1 \int_{T_1}^{T_1'} \frac{dT}{T_1} + m_2 c_2 \int_{T_2}^{T_2'} \frac{dT}{T_2} \geq 0 \qquad m_1 c_1 \ln(\frac{T_1'}{T_1}) + m_2 c_2 \ln(\frac{T_2'}{T_2}) \geq 0$$

Dalla prima di queste otteniamo

$$T_2' = T_2 - \frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}(T_1' - T_1)$$

da cui, sostituendo nella seconda

$$m_1 c_1 \ln(\frac{T_1'}{T_1}) + m_2 c_2 \ln(1 - \frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}\frac{(T_1' - T_1)}{T_2}) \geq 0$$

Dato che la trasformazione è irreversibile avremo la massima variazione di entropia del sistema che si ottiene annullando la derivata prima della espressione stessa

$$m_1 c_1 \frac{1}{T_1'} + m_2 c_2 \frac{1}{1 - \frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}\frac{(T_1' - T_1)}{T_2}} (-\frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}\frac{1}{T_2}) = 0$$

Con qualche passaggio

$$\frac{1}{T_1'} - \frac{m_2 c_2}{m_2 c_2 T_2 - m_1 c_1 (T_1' - T_1)} = 0 \qquad m_2 c_2 T_2 - m_1 c_1 (T_1' - T_1) - m_2 c_2 T_1' = 0 \qquad m_2 c_2 T_2 - m_1 c_1 T_1' + m_1 c_1 T_1 - m_2 c_2 T_1' = 0$$

otteniamo infine la temperatura di equilibrio $\boxed{T_1' = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}}$