Fisica Generale LA

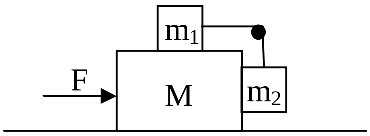
Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 11 Settembre 2014

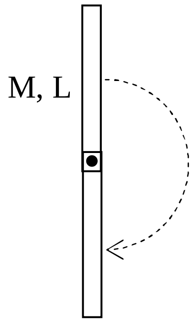
Meccanica

Q1) Un corpo materiale, posto ad una quota iniziale *h,* scivola senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α. Determinare il valore dell'angolo α che rende il tempo di percorrenza del piano inclinato pari a $\sqrt{2}$ volte il tempo di caduta libera dalla stessa quota.

Q2) Nella ipotesi che non vi siano attriti determinare per quale valore della forza applicata *F* si produce una accelerazione del sistema per cui le masse m_1 ed m_2 rimangono ferme rispetto ad *M*.



Q3) Un'asta omogenea di lunghezza *L* e massa *M* è imperniata ad un estremo. Inizialmente l'asta si trova nella posizione verticale diretta verso l'alto. Si calcoli la velocità angolare dell'asta quando transita nella posizione verticale diretta verso il basso.

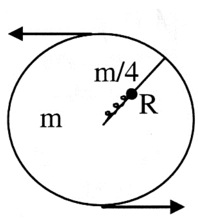


Q4) Si dimostri la relazione vettoriale $\dfrac{d\hat{t}}{ds} = \dfrac{1}{r}\hat{n}$.

Q5) Discutere il terzo principio della dinamica.

Problema)

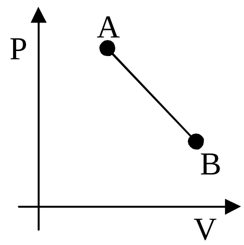
Un corpo puntiforme di massa *m/4* è appoggiato, con attrito trascurabile, sulla guida radiale ideale di un disco sottile, omogeneo e rigido, di raggio *R* e massa *m* libero di ruotare attorno all'asse normale passante per il centro. Il corpo è vincolato al centro del disco da una molla ideale, di lunghezza *R/2*, costante elastica *k* e massa trascurabile. Il sistema è inizialmente in quiete su un piano orizzontale. Ad un certo istante viene applicata al disco una coppia di forze (come rappresentato in Figura) avente momento assiale M_0 costante per il tempo sufficiente a far acquisire al disco la velocità angolare di modulo $\dot{\varphi}_0 = \sqrt{k/m}$.



Determinare le espressioni delle seguenti quantità: a) il momento d'inerzia I_0 del sistema nell'istante iniziale rispetto all'asse verticale passante per il centro del disco; b) l'accelerazione angolare $\ddot{\varphi}$ del sistema nell'istante in cui si applica la coppia di forze; c) l'allungamento finale Δl della molla quando il sistema ruota e il corpo è nuovamente in quiete rispetto al disco.

Termodinamica

Q1) Un gas perfetto compie la trasformazione reversibile mostrata in figura. Calcolare a) il lavoro compiuto in funzione di P e V; b) la variazione di energia interna in funzione di P e V; c) il calore scambiato in funzione di P e V; d) il calore scambiato nel caso di un gas biatomico con $P_B/P_A = 1/3$ e $V_B/V_A = 19/9$.



Q2) Calcolare la relazione esistente tra pressione e volume nel caso di una trasformazione adiabatica reversibile.

Q3) Commentare il concetto di temperatura.

Soluzioni Meccanica

Q1) Rispetto ad un asse lungo il piano inclinato con l'origine nella posizione iniziale si ha il seguente tempo di percorrenza del piano inclinato

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 \qquad l = \frac{1}{2} g \sin\alpha \, t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin\alpha}}$$

dalla quale si ottiene anc

+e il tempo di caduta lungo la verticale $t_{90} = \sqrt{\frac{2l}{g}}$.

Affinchè il tempo di percorrenza del piano inclinato valga $\sqrt{2}$ volte tale tempo si deve avere

$$\sqrt{2}\, t_{90} = \sqrt{\frac{2l}{g \sin\alpha}} \qquad \sqrt{2}\sqrt{\frac{2l}{g}} = \sqrt{\frac{2l}{g \sin\alpha}} \qquad \sin\alpha = \frac{1}{2} \qquad \alpha = 30^\circ$$

Q2)
E' comodo assumere il riferimento non inerziale solidale con la massa M. In tale riferimento la forza agente su m_1 vale

$$F_1 = F_{inerziale} + F_{filo} = -m_1 a + m_2 g$$

dove a è l'accelerazione del riferimento non inerziale rispetto al riferimento inerziale ancorato al suolo. Poiché dobbiamo avere una situazione di equilibrio abbiamo infine

$$0 = -m_1 a + m_2 g \qquad a = \frac{m_2}{m_1} g$$

Ora, affinchè le tre masse abbiano una accelerazione a si deve avere (nel riferimento inerziale ancorato al suolo)

$$F = M_{tot}\, a = (M + m_1 + m_2) a$$

da cui, sostituendo

$$F = (M + m_1 + m_2)\frac{m_2}{m_1} g$$

Q3)
Conviene servirsi della conservazione della energia meccanica. Dato che il centro di massa della barra si trova nel suo punto di mezzo abbiamo

$$E_{in} = E_{fin} \qquad Mg(h + \frac{L}{2}) = Mg(h - \frac{L}{2}) + \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad MgL = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL}{I}} \qquad I = \frac{1}{3} ML^2 \qquad \omega = \sqrt{\frac{2MgL}{\frac{1}{3}ML^2}} = \sqrt{\frac{6g}{L}}$$

Problema)

a) $I_0 = I_{disco} + I_{corpo} = \frac{1}{2} m\, R^2 + \frac{m}{4}\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{9}{16} m\, R^2$;

b) dalla seconda equazione cardinale della dinamica

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M} = I_0 \ddot{\varphi} \qquad \ddot{\varphi} = \frac{\hat{\omega} \cdot \vec{M}}{I_0} = \frac{M_0}{I_0} = M_0 \frac{16}{9mR^2};$$

c) nelle nuove condizioni di equilibrio dinamico, la forza elastica esercita la forza centripeta, cioè

$$\vec{F} = M\vec{a} \qquad F\, \hat{\imath}_r = -M\, \dot{\varphi}^2 r\, \hat{\imath}_r \qquad -k\, \Delta l = -\frac{m}{4}\frac{k}{m}(\frac{R}{2} + \Delta l) \qquad \Delta l = \frac{R}{6}.$$

Soluzioni Termodinamica

Q1)

a) Il lavoro compiuto si identifica geometricamente con l'area limitata dalla trasformazione termodinamica nel piano PV

$$\Delta L = \int_{V_A}^{V_B} PdV = P_B(V_B - V_A) + \frac{1}{2}(V_B - V_A)(P_A - P_B) = \frac{1}{2}(V_B - V_A)(P_A + P_B)$$

b)

$$\Delta U = nc_V(T_B - T_A)$$

$$P_A V_A = nRT_A \qquad P_B V_B = nRT_B \qquad T_A = \frac{1}{nR} P_A V_A \qquad T_B = \frac{1}{nR} P_B V_B$$

$$\Delta U = nc_V \frac{1}{nR}(P_B V_B - P_A V_A) = \frac{c_V}{R}(P_B V_B - P_A V_A)$$

c)

$$\Delta U = \frac{c_V}{R}(P_B V_B - P_A V_A)$$

$$\Delta L = \frac{1}{2}(V_B - V_A)(P_A + P_B)$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta L = \frac{c_V}{R}(P_B V_B - P_A V_A) + \frac{1}{2}(V_B - V_A)(P_A + P_B)$$

d)

$$\begin{aligned}
\Delta Q &= \frac{c_V}{R}(P_B V_B - P_A V_A) + \frac{1}{2}(V_B - V_A)(P_A + P_B) \\
&= \frac{c_V}{R} P_B V_B - \frac{c_V}{R} P_A V_A + \frac{1}{2} V_B P_A - \frac{1}{2} V_A P_B + \frac{1}{2} V_B P_B - \frac{1}{2} V_A P_A \\
&= P_A V_A \left(\frac{c_V}{R}\frac{P_B V_B}{P_A V_A} - \frac{c_V}{R} + \frac{1}{2}\frac{V_B}{V_A} - \frac{1}{2}\frac{P_B}{P_A} + \frac{1}{2}\frac{P_B V_B}{P_A V_A} - \frac{1}{2}\right) \\
&= P_A V_A \left(\frac{5}{2}\frac{1}{3}\frac{19}{9} - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\frac{19}{9} - \frac{1}{2}\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{19}{9} - \frac{1}{2}\right) \\
&= P_A V_A \left(\frac{95}{54} - \frac{5}{2} + \frac{19}{18} - \frac{1}{6} + \frac{19}{54} - \frac{1}{2}\right) \\
&= P_A V_A \left(\frac{95 - 135 + 57 - 9 + 19 - 27}{54}\right) = 0
\end{aligned}$$