

# Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 15 Gennaio 2018

## Meccanica

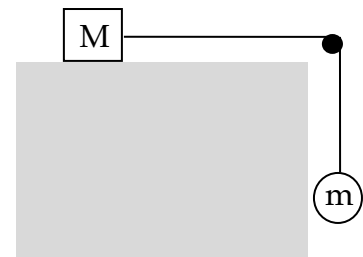
**Q1)** Un punto materiale si muove nel piano verticale secondo le equazioni orarie  $x = v_{0x}t$ ,  $y = v_{0y}t - 1/2 gt^2$ . Calcolare, nella posizione di massima quota, la curvatura della traiettoria.

**Q2)** Un punto materiale di massa  $m$  si muove lungo una guida ideale circolare di raggio  $R$  disposta su di un piano verticale. Nel momento in cui il punto materiale raggiunge la massima quota la reazione vincolare eguaglia in modulo direzione e verso la forza peso. Calcolare modulo direzione e verso della reazione vincolare nel punto di minima quota.

**Q3)** Ai capi di una asticella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $L$  sono fissate due masse puntiformi di valore  $m_1$  ed  $m_2$ . Appoggiata su di un piano orizzontale privo di attrito l'asticella ruota con velocità angolare costante. Determinare il rapporto  $m_1/m_2$  affinché la massa  $m_1$  descriva un cerchio di raggio  $L/5$ .

**Q4)** Calcolare il rapporto  $m/M$  tra affinché la massa  $m$  scenda accelerazione pari a  $2/3 g$  (si trascurino gli attriti).

**Q5)** Dimostrare che in un sistema rigido di punti materiali vale la relazione  $T = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$ .



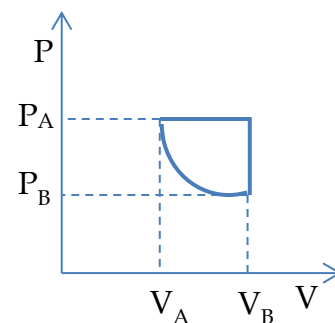
**Q6)** Enunciare e commentare le leggi di Keplero.

## Termodinamica

**Q1)** Un numero incognito di moli di gas perfetto monoatomico sono all'equilibrio termodinamico all'interno di un recipiente a pareti rigide alla temperatura  $t_1=20^\circ C$ . Successivamente il recipiente viene posto a contatto con un serbatoio di calore alla temperatura  $t_2=0^\circ C$  la cui entropia, a causa dello scambio di calore, aumenta di  $\Delta S=90 J/K$ . Determinare il numero di moli di gas.

**Q2)** Un gas compie il ciclo di trasformazioni quasi statiche rappresentato in figura. Sapendo che  $P_A = 5 \text{ bar}$ ,  $P_B = 1 \text{ bar}$ ,  $V_A = 300 \text{ cm}^3$  ed il ramo curvilineo è una trasformazione isoterma, calcolare il lavoro eseguito dal gas nel ciclo.

**Q3)** Enunciare e commentare il primo principio della termodinamica.



## SOLUZIONI

### Meccanica

#### Q1)

$$x = v_{0x}t, \quad y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2, \quad z = 0 \quad \text{massima quota} \quad \dot{y} = v_{0y} - gt = 0 \quad t = \frac{v_{0y}}{g}$$
$$\dot{x} = v_{0x}; \quad \dot{y} = 0; \quad \dot{z} = 0 \quad \vec{v} = v_{0x}\vec{i}$$
$$\ddot{x} = 0; \quad \ddot{y} = -g; \quad \ddot{z} = 0 \quad \vec{a} = -g\vec{j}$$
$$\text{ma} \quad \vec{a} = \ddot{s}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n} = \ddot{s}\vec{i} - \frac{v^2}{R}\vec{j} = -g\vec{j} \quad \text{da cui} \quad R = \frac{v^2}{g} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{g} = \frac{v_{0x}^2}{g}$$

#### Q2)

$$\text{Posizione di massima quota} \quad R_1 - mg = -m\frac{v_1^2}{R} = -mg \quad v_1^2 = gR$$
$$\text{Posizione di minima quota} \quad R_2 - mg = m\frac{v_2^2}{R} \quad \text{ma} \quad \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = mg2R \quad \text{da cui} \quad v_2^2 = v_1^2 + 4gR = 5gR$$
$$\text{si ottiene allora} \quad R_2 = mg + m\frac{v_2^2}{R} = mg + \frac{m}{R}5gR = 6mg$$

#### Q3)

Essendo nulla la risultante delle forze esterne agenti sul sistema il suo centro di massa deve essere in quiete. D'altra parte il sistema è posto in rotazione per cui non può che ruotare attorno ad un asse passante per il centro di massa. Questo significa che le masse descrivono cerchi di raggio pari alle loro distanze dal centro di massa:

$$\text{scegliendo un asse con l'origine sulla prima massa si ha } \vec{r}_1 = \vec{0} \text{ e } \vec{r}_2 = L\vec{i}$$
$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2L}{m_1 + m_2}\vec{i} \quad r_1^* = |\vec{r}_1 - \vec{r}_{cm}| = \frac{m_2L}{m_1 + m_2} = \frac{L}{5} \quad \text{da cui} \quad \frac{m_1}{m_2} = 4$$

#### Q4)

$$T = M\ddot{z}_1 \quad T = -M\ddot{z}_2$$
$$T - mg = m\ddot{z}_2 \quad T - mg = m\ddot{z}_2 \quad -M\ddot{z}_2 - mg = m\ddot{z}_2 \quad \ddot{z}_2 = -\frac{m}{m+M}g \quad \frac{m}{m+M} = \frac{2}{3} \quad \frac{m}{M} = 2$$
$$\ddot{z}_1 = -\ddot{z}_2$$

### Termodinamica

#### Q1)

il calore acquisito dal serbatoio vale

$$Q = T_{serb} \Delta S_{serb}$$

mentre quello ceduto dal gas vale

$$Q = n c_v \Delta T$$

eguagliando abbiamo allora

$$n c_V \Delta T = T_{serb} \Delta S_{serb}$$

$$n = \frac{T_{serb} \Delta S_{serb}}{c_V \Delta T} = \frac{T_{serb} \Delta S_{serb}}{\frac{3}{2} R \Delta T} = \frac{273.15 \times 90}{1.5 \times 8.31 \times 20} = 98.6$$

**Q2)**

$$L_I = \int_{V_A}^{V_B} P dV = P_A \int_{V_A}^{V_B} dV = P_A (V_B - V_A)$$

$$L_{II} = 0$$

$$L_{III} = \int_{V_B}^{V_A} P dV = nRT \int_{V_B}^{V_A} \frac{dV}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

$$\text{ma } P_A V_A = nRT \quad e \quad P_B V_B = nRT \quad \text{da cui } P_A V_A = P_B V_B \quad V_B = \frac{P_A}{P_B} V_A$$

$$L_I = P_A (V_B - V_A) = P_A V_A \left(\frac{P_A}{P_B} - 1\right)$$

$$L_{III} = nRT \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) = P_A V_A \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)$$

$$\begin{aligned} L_I + L_{II} + L_{III} &= P_A V_A \left(\frac{P_A}{P_B} - 1\right) + P_A V_A \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) = P_A V_A \left(\frac{P_A}{P_B} - \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right) - 1\right) = \\ &= 5 \times 10^5 \times 300 \times 10^{-6} \left(\frac{5}{1} - \ln \frac{5}{1} - 1\right) = 358.58 J \end{aligned}$$