

Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

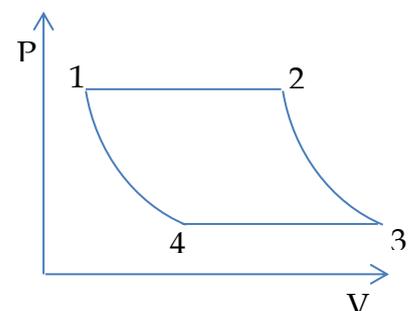
Prova Scritta del 18 Giugno 2013

Meccanica

- 1) Un punto materiale si muove sul piano $z=0$ lungo una traiettoria identificata dalla equazione $r = a\varphi$ (spirale di Archimede in coordinate cilindriche). Nella ipotesi di uno scorrimento con velocità angolare costante $\dot{\varphi}_0$, scrivere l'espressione del vettore posizione e velocità. Dato infine un generico punto della curva, scrivere l'espressione dell'angolo formato dalla direzione tangente con quella radiale.
- 2) Scrivere l'espressione della energia meccanica di un pendolo di lunghezza l in funzione della variabile angolare φ .
- 3) Ai capi di una asticella di massa trascurabile e lunghezza l sono posizionate due masse m . L'asticella ruota, in assenza di attriti, con velocità angolare iniziale di modulo ω_0 attorno ad un asse perpendicolare passante per il suo centro. Un congegno, di massa trascurabile e solidale con l'asticella, avvicina le due masse ad una distanza $l/2$. Determinare l'espressione del modulo della velocità angolare finale ω .
- 4) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \alpha [(2xy + z^2)\vec{i} + (2yz + x^2)\vec{j} + (2xz + y^2)\vec{k}]$, dove α è una costante avente le opportune dimensioni, è conservativo e in caso affermativo calcolarne l'espressione dell'energia potenziale $V(x, y, z)$.
- 5) Calcolare il momento d'inerzia di un disco omogeneo di massa M e raggio R rispetto ad un asse normale passante per un punto del bordo.
- 6) Dimostrare il teorema delle forze vive e discutere il concetto di energia meccanica.
- 7) Discutere i concetti di massa inerziale e massa gravitazionale.

Termodinamica

- 1) Una quantità di gas monoatomico esegue il ciclo reversibile indicato in figura. Calcolare il rendimento sapendo che i rami 23 e 41 sono trasformazioni isoterme alle temperature $T_H = 450^\circ K$ e $T_L = 350^\circ K$ mentre $P_2/P_3 = 5$.
- 2) Calcolare l'espressione della relazione pressione volume di una trasformazione adiabatica quasi statica di un gas ideale.
- 3) Si commenti la scala Kelvin e la scala assoluta delle temperature.



Soluzioni Meccanica:

Esercizio 1:

$$\vec{r} = r\hat{i}_r \quad \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{i}_r + r\dot{\varphi}_0\hat{i}_\varphi$$

$$\vec{r} = a\varphi\hat{i}_r \quad \dot{\vec{r}} = a\dot{\varphi}_0\hat{i}_r + a\varphi\dot{\varphi}_0\hat{i}_\varphi$$

$$\frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{|\vec{r}| |\dot{\vec{r}}|} = \frac{r\hat{i}_r \cdot (a\dot{\varphi}_0\hat{i}_r + a\varphi\dot{\varphi}_0\hat{i}_\varphi)}{r \sqrt{(a\dot{\varphi}_0)^2 + (a\varphi\dot{\varphi}_0)^2}} = \frac{a\dot{\varphi}_0}{\sqrt{(a\dot{\varphi}_0)^2 + (a\varphi\dot{\varphi}_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\varphi/a\dot{\varphi}_0)^2}}$$

Esercizio 2

$$E = \frac{1}{2}m(l\dot{\varphi})^2 + mg(h - l \cos \varphi)$$

$$0 = ml^2\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + mgl \sin \varphi \dot{\varphi} \quad 0 = l\ddot{\varphi} + g \sin \varphi \quad \ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \varphi$$

Esercizio 3:

Dato che l'asticella costituisce un sistema isolato possiamo applicare la conservazione del momento della quantità di moto e della sua proiezione assiale

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \quad \omega_i = \omega_0 \quad I_i = 2m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}ml^2 \quad I_f = 2m\left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}ml^2 \quad \omega_f = \frac{I_i}{I_f}\omega_i = \frac{\frac{1}{2}ml^2}{\frac{1}{8}ml^2}\omega_0 = 4\omega_0$$

Esercizio 4:

Il rotore è nullo, quindi il campo è conservativo. Integrando sul circuito a zig-zag si ha $V(x,y,z) = -\alpha(xz^2 + yx^2 + zy^2)$.

Esercizio 5:

Dato che l'asticella costituisce un sistema isolato possiamo applicare la conservazione del momento della quantità di moto e della sua proiezione assiale

$$I_O = \int_0^R \int_0^{2\pi} r^2 \sigma dr d\varphi = \sigma \int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi\sigma \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}MR^2 \quad I_{O'} = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

Soluzioni Termodinamica:

Esercizio 1:

$$\text{sulle isobare} \quad dQ = nc_p dT - VdP \quad dQ = nc_p dT$$

$$\text{sulle isoterme} \quad dQ = nc_v dT + PdV = PdV \quad PV = nRT \quad P = nRT/V \quad dQ = nRT \frac{dV}{V}$$

$$Q_{12} = nc_p (T_H - T_L)$$

$$Q_{23} = nRT_H \ln \frac{V_3}{V_2} \quad \text{ma } P_2 V_2 = P_3 V_3 \quad Q_{23} = nRT_H \ln \frac{P_2}{P_3}$$

$$Q_{34} = nc_p (T_H - T_L)$$

$$Q_{41} = nRT_L \ln \frac{V_4}{V_1} \quad \text{ma } P_4 V_4 = P_1 V_1 \quad Q_{41} = nRT_L \ln \frac{P_1}{P_4}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{34} + Q_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{nc_p (T_H - T_L) + nRT_L \ln \frac{P_1}{P_4}}{nc_p (T_H - T_L) + nRT_H \ln \frac{P_2}{P_3}} = 1 - \frac{\frac{5}{2}100 + 350 \ln 5}{\frac{5}{2}100 + 450 \ln 5} = 0.165$$