Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 25 Luglio 2013

Meccanica

1) Un punto materiale si allontana con velocità v dal centro di una piattaforma la quale, a sua volta, ruota con velocità angolare ω rispetto a terra. Determinare il modulo della velocità del punto materiale rispetto a terra ponendo $t=0$ nell'istante di tempo in cui il punto si trova al centro della piattaforma.

2) Sia dato un pendolo conico di massa m e lunghezza l. Esprimere il periodo di rivoluzione T in funzione dell'angolo θ formato dal filo con la verticale, nella ipotesi che il pendolo si muova lungo una traiettoria circolare.

3) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(x^2y^2z\vec{i} + \frac{2}{3}x^3yz\vec{j} + \frac{1}{3}x^3y^2\vec{k})$, dove α è una costante avente le opportune dimensioni, è conservativo e in caso affermativo calcolarne l'espressione dell'energia potenziale $V(x,y,z)$.

4) Un'asta rigida omogenea di massa M, lunghezza $2L$, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno a un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Determinare il momento d'inerzia I_a dell'asta rispetto all'asse di rotazione ed il modulo della velocità angolare ω_b dell'asta quando passa per la verticale.

5) Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

6) Mostrare i passaggi che conducono alla seconda equazione cardinale della meccanica.

Problema)
Un blocco di massa $m = 0.1\,kg$ è vincolato da un filo inestensibie e di massa trascurabile a percorrere, su un piano orizzontale, una traiettoria di raggio $R = 1\,m$. L'attrito dinamico con la superficie d'appoggio non è trascurabile ed ha coefficiente $\mu = 0.2$. All'istante iniziale il filo è teso ed il blocco è lanciato con una velocità in modulo pari a $v_0 = 8\,m/s$ e diretta ortogonalmente al filo stesso. Calcolare: a) la tensione iniziale del cavo; b) il modulo dell'accelerazione del bocco dopo un giro; c) il numero di giri compiuti dal blocco nel momento in cui si arresta.

Termodinamica

1) Enunciare commentare il teorema di Carnot.

Problema)
In un contenitore dalle pareti adiabatiche con $m_a = 1\,kg$ di acqua alla temperatura di $T_a = 20^\circ C$ viene immerso un blocchetto di piombo di massa uguale a $m_p = 500\,g$ e alla temperatura di $T_p = 300^\circ C$. Sapendo che all'equilibrio termico il sistema ha una temperatura uguale a $T_f = 24^\circ C$ e che il calore specifico dell'acqua è $c_a = 4186\,J\,kg^{-1}K^{-1}$ determinare: a) il calore specifico del piombo; b) la variazione di entropia del sistema.

Soluzioni Meccanica:

Esercizio 1:

$\vec{r} = r(t)\hat{\imath}_r(\varphi(t)) \qquad \vec{v} = \dot{r}\hat{\imath}_r + r\frac{d\hat{\imath}_r}{d\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \dot{r}\hat{\imath}_r + r\dot{\varphi}\hat{\imath}_\varphi \qquad \dot{r} = v \qquad r = vt \qquad \vec{v} = v\hat{\imath}_r + v\omega t\hat{\imath}_\varphi$

$|\vec{v}| = \sqrt{v^2 + v^2\omega^2 t^2} = v\sqrt{1+\omega^2 t^2}$

Esercizio 2

$\vec{F} = m\vec{a} \qquad -mg\hat{k} + T\cos\vartheta\hat{k} - T\sin\vartheta\hat{\imath}_r = -m\dot{\varphi}^2 R\hat{\imath}_r \qquad \begin{cases} -mg + T\cos\vartheta = 0 \\ T\sin\vartheta = m\dot{\varphi}^2 l\sin\vartheta \end{cases} \qquad \begin{cases} T = mg/\cos\vartheta \\ mg\dfrac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} = m\dot{\varphi}^2 l\sin\vartheta \end{cases}$

$\dot{\varphi} = \sqrt{\frac{g}{l\cos\vartheta}} = \frac{2\pi}{T} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\vartheta}{g}}$

Esercizio 3:

Il rotore è nullo, quindi il campo è conservativo. Integrando sul circuito a zig-zag si ha $V(x,y,z) = \frac{1}{3}\alpha x^3 y^2 z$.

Esercizio 4:

$I_a = \frac{M}{2L}\int_o^{2L} x^2 dx = \frac{M}{2L}\left[\frac{L^3}{3}\right]_0^{2L} = \frac{4}{3}ML^2 \qquad MgL = \frac{1}{2}I_a\omega_v^2 \qquad \omega_v = \sqrt{\frac{2MgL}{\frac{4}{3}ML^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L}}$

Problema

a) $T_0 = m\frac{v_0^2}{R}$

b) $\ddot{s} = -\mu g \qquad \dot{s} = -\mu g t + v_0 \qquad s(t) = -\frac{1}{2}\mu g t^2 + v_0 t$

Al primo giro $s(t_1) = 2\pi R = -\frac{1}{2}\mu g t_1^{\,2} + v_0 t_1 \qquad t_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 4\pi R\mu g}}{\mu g} \simeq 0.88\ s$

e il modulo dell'accelerazione vale:

$|\vec{a}(t_1)| = \sqrt{\left(\frac{\dot{s}(t_1)^2}{R}\right)^2 + \left(\ddot{s}(t_1)\right)^2} = \sqrt{\mu^2 g^2 + \frac{(v_0^2 - 4\pi\mu g R)^2}{R^2}} \simeq 39.4\ m/s^2$

c) il numero di giri è $\frac{1}{2}mv_0^2 = 2\pi R n\mu m g \qquad n = \frac{v_0^2}{4\pi R\mu g} \simeq 2.6$

Soluzioni Termodinamica

Problema

a) la temperatura finale è

$$T_f = \frac{m_a c_a T_a + m_p c_p T_p}{m_a c_a + m_p c_p} \qquad c_p = \frac{m_a c_a (T_f - T_a)}{m_p (T_p - T_f)} \simeq 121\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

b) la variazione di entropia è

$$\Delta S = \int_{ini}^{fin} \frac{m_p c_p dT_p}{\tilde{T}_p} + \int_{ini}^{fin} \frac{m_a c_a dT_a}{\tilde{T}_a} = m_p c_p \ln \frac{T_f}{T_p} + m_a c_a \ln \frac{T_f}{T_a} \simeq 20.9\ J / K$$