Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 29 Giugno 2015

Meccanica

Q1) Dati i vettori $\vec{v} = (2,3,1)$ e $\vec{w} = (0,1,2)$ calcolare il vettore $\vec{b} = (\vec{w}\cdot\vec{v})\hat{v} + \hat{v}\wedge\hat{w} + 6\vec{w}$.

Q2) Un proiettile deve colpire un punto posto su di una parete ad una quota *h* e ad una distanza *d* (misurata lungo la direzione orizzontale). Determinare l'inclinazione della canna del fucile (rispetto al piano orizzontale) affinchè il proiettile, colpendo il punto, penetri perpendicolarmente nella parete.

Q3) Determinare la velocità che deve essere impressa ad un corpo materiale (punto materiale) lanciato, da un qualche punto della superficie terrestre, in direzione verticale, affinchè arrivi ad una altezza pari al raggio terrestre (non si consideri l'attrito dell'aria).

Q4) Due stelle di masse m_1 e m_2 (da considerarsi puntiformi) ruotano l'una attorno all'altra sotto l'azione della reciproca attrazione gravitazionale (che consideriamo come unica forza agente), mantenendosi alla distanza reciproca costante *d*. Determinare
i) la posizione del centro di massa del sistema e le distanze d_1 e d_2 delle masse dal centro di massa (si consiglia scegliere un asse *x* passante per la posizione istantanea delle due masse posizionando la massa m_1 nella origine e la massa m_2 nel semiasse positivo);
ii) la velocità angolare di rotazione delle masse attorno al centro di massa (scrivere l'equazione del moto di una delle due masse tenendo conto che la forza è quella di gravitazione).

Q5) Mostrare i passaggi che conducono alla introduzione del momento di inerzia di un sistema rigido di punti materiali.

Q6) Commentare e spiegare il principio di azione e reazione fornendo anche la formulazione matematica.

Termodinamica

Q1) Calcolare la variazione di entropia di *n=4* moli di un gas perfetto monoatomico che subisce una trasformazione isobara quasi statica nel corso della quale la temperatura aumenta di quattro volte.

Q2) Una centrale convenzionale di 1 GW di potenza opera con una caldaia alla temperatura di 800^0C e viene raffreddata con l'acqua di un fiume alla temperatura di $12\ ^0C$. Schematizzando la centrale con una macchina termica reversibile calcolare la quantità di calore scaricata nel fiume.

Q3) Mostrare l'equivalenza degli enunciati di Clausius e Kelvin-Plank del secondo principio della termodinamica.

Soluzioni Meccanica

Q1)

$$\vec{b} = (\vec{w}\cdot\vec{v})\hat{v} + |\vec{w}|\,\hat{v}\wedge\hat{w} + 6\vec{w} = (0,1,2)\cdot(2,3,1)\frac{(2,3,1)}{\sqrt{4+9+1}} + \frac{(2,3,1)}{\sqrt{4+9+1}}\wedge\frac{(0,1,2)}{\sqrt{1+4}} + 6(0,1,2) =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{14}}(2,3,1) + \frac{1}{\sqrt{70}}\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 2 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix} + (0,6,12) = (\frac{10}{\sqrt{14}},\frac{15}{\sqrt{14}},\frac{5}{\sqrt{14}}) + \frac{1}{\sqrt{70}}(5,-4,2) + (0,6,12) =$$

$$= (\frac{10}{\sqrt{14}} + \frac{5}{\sqrt{70}}, \frac{15}{\sqrt{14}} - \frac{4}{\sqrt{70}} + 6, \frac{5}{\sqrt{14}} + \frac{2}{\sqrt{70}} + 12)$$

Q2)

Assumendo un riferimento con l'origine nel punto termina la canna del fucile si ha

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}g\,t^2 \\ \dot{y} = v_{0y} - g\,t = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} t' = \frac{d}{v_{0x}} \\ h = v_{0y}\frac{d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\,(\frac{d}{v_{0x}})^2 \\ \frac{d}{v_{0x}} = \frac{v_{0y}}{g} \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ h = v_{0y}\frac{d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\,(\frac{d}{v_{0x}})(\frac{v_{0y}}{g}) = \frac{d\,v_{0y}}{2v_{0x}} \\ - \end{cases}$$

si ha allora $\quad tg\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{2h}{d}$

Q3)

dato che $E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R}$ *si ha* $\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R_T} = -G\frac{Mm}{2R_T}$ *da cui* $v = \sqrt{\frac{GM}{R_T}}$

Q4)

$$x_1 = 0 \qquad x_{cm} = \frac{m_2}{m_1+m_2}d \qquad x_2 = d$$

$$d_2 = d - \frac{m_2}{m_1+m_2}d = \frac{m_1 d}{m_1+m_2} \qquad d_1 = d - d_2 = d - \frac{m_1 d}{m_1+m_2} = \frac{m_2 d}{m_1+m_2}$$

$$|\vec{f}_{12}| = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = m_2 a_2 = m_2\omega^2 d_2 = m_2\omega^2\frac{m_1 d}{m_1+m_2} \qquad \textit{da cui} \quad \omega = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{d^3}}$$

Soluzioni Termodinamica

Q1)

$$dS = \frac{dQ}{T} = nC_V\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V}$$

$$PV = nRT \qquad V = \frac{nR}{P}T \qquad dV = \frac{nR}{P}dT$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = nC_V\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V} = nC_V\frac{dT}{T} + nR\frac{nR}{P}dT\,\frac{P}{nR}\frac{1}{T} = nC_P\frac{dT}{T}$$

$$\int_{S_I}^{S_F} dS = \int_{V_I}^{V_F} nC_P\frac{dT}{T} \qquad S_F - S_I = nC_P\ln\frac{T_F}{T_I} = 4\frac{5}{2}R\ln 4 = 115.2\ J/K$$

Q2)

Assumendo come intervallo di riferimento 1 secondo otteniamo per il calore ceduto

$$\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \qquad L + Q_1 = Q_2 \qquad \frac{Q_1}{L+Q_1} = \frac{T_1}{T_2} \qquad Q_1 = \frac{T_1}{T_2 - T_1}L = \frac{285{,}15}{788}10^9 = 0.36\times10^9\ J$$