Fisica Generale T-1 N.1

Prova scritta del 4 Luglio 2011

Prof. Nicola Semprini Cesari

Meccanica

Q1) Un pendolo di massa m e lunghezza l è spostato rispetto alla verticale di un certo angolo θ. Calcolare la tensione del filo nel momento in cui transita dalla posizione di equilibrio.

Q2) Determinare l'espressione del lavoro compiuto dalla forza conservativa $\vec{f} = \alpha\left[(y^2 + 2xz)\vec{i} + (z^2 + 2xy)\vec{j} + (x^2 + 2yz)\vec{k}\right]$ su di un punto materiale di massa m che si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato partendo da fermo nell'origine del sistema di riferimento e raggiungendo il punto $P \equiv (x_0, y_0, z_0)$.

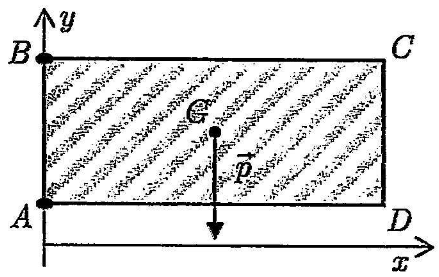
Q3) Calcolare l'espressione del momento d'inerzia di un corpo piano di spessore trascurabile, avente forma di triangolo isoscele con altezza h, base b e massa M uniformemente distribuita sulla sua superficie S rispetto all' asse coincidente con la base.

Q4) Dimostrare una delle relazioni di Poisson.

Q5) Discutere le principali proprietà e leggi che caratterizzano i corpi rigidi.

Problema

Si consideri la superficie metallica costituita dal rettangolo $ABCD$ mostrato in Figura, di lati a=BC e b=CD, vincolato nei punti A e B a un asse verticale (coincidente con l' asse y d'un riferimento cartesiano piano) e soggetto alla forza peso $\bar{p}$.



Sapendo che il centro di massa G si trova all'incrocio delle diagonali del rettangolo determinare, nelle condizioni di equilibrio del sistema, le espressioni delle seguenti grandezze fisiche: a) le componenti orizzontali delle forze $\vec{\Phi}_A$ e $\vec{\Phi}_B$ esercitate dai vincoli nei punti A e B come reazioni vincolari alla forza peso; b)la risultante delle componenti verticali delle forze $\vec{\Phi}_A$ e $\vec{\Phi}_B$.

Termodinamica

Q1) Esprimere il primo principio della termodinamica in funzione delle variazioni di pressione e volume di un gas perfetto.

Q2) Attraverso le pareti di una stanza penetra una frazione di calore di *500 J/s*. Nella ipotesi che la temperatura esterna sia di $30\ ^0C$, calcolare la temperatura minima alla quale può essere condizionata per mezzo di un dispositivo con una potenza di *100 W*.

Q3) In un contenitore adiabatico vengono miscelati *3 Kg* di acqua alla temperature di $70\ ^0C$ con *4 Kg* di acqua alla temperatura di $5\ ^0C$ (si assuma il processo a pressione costante). Calcolare i) la temperatura di equilibrio; ii) la variazione di entropia (si assuma il calore specifico dell'acqua costante pari a *C=4184 J/ Kg K*).

Q4) Ricordando le proprietà della espansione libera adiabatica di un gas perfetto dimostrare che la sua energia interna deve dipendere dalla sola tempera tura.

Soluzioni

Soluzioni

Meccanica

Q1

$$E = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \qquad mg\,l\,(1-\cos\vartheta) = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad v_0 = \sqrt{2\,g\,l\,(1-\cos\vartheta)}$$

$$T - mg = m\frac{v_0^2}{l} \qquad T = m\,g\,(3 - 2\cos\vartheta)$$

Q2

Integrando sul percorso a zig zag da (0,0,0) a (x_0,y_0,z_0) otteniamo

$$L = \int_{0,0,0}^{x_0,0,0} f_x dx + \int_{x,0,0}^{x_0,y_0,0} f_y dy + \int_{x,0,0}^{x_0,y_0,z_0} f_z dz = x_0 y_0^2 + x_0^2 z_0 + y_0 z_0^2 .$$

Q3

$$I = \int_0^h \int_{-\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})}^{\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})} y^2\,\sigma\,dy\,dx = \int_0^h y^2\,\sigma\,dy \int_{-\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})}^{\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})} dx = \int_0^h y^2\,\sigma\,dy\;(x)_{-\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})}^{\frac{b}{2}(1-\frac{y}{h})} = \int_0^h b\,(1-\frac{y}{h})y^2\,\sigma\,dy =$$

$$= b\,\sigma\int_0^h (y^2 - \frac{y^3}{h})\,dy = b\,\sigma(\frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4h}y^4)_0^h = \frac{b\,\sigma\,h^3}{12} \qquad ma\;\; M = \frac{b\,h\,\sigma}{2}$$

$$I = \frac{1}{6}M\,h^2$$

Problema

Assumiamo come polo di riduzione il punto Ω=(0,a/2). Si ha

$$\vec{F}^e = M\,\vec{a}_{CM} \qquad \Phi_{Ax}\vec{i} + \Phi_{Ay}\vec{j} + \Phi_{Bx}\vec{i} + \Phi_{By}\vec{j} - p\,\vec{j} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{Ax} + \Phi_{Bx} = 0 \\ \Phi_{Ay} + \Phi_{By} - p = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \Phi_{Ax} = -\Phi_{Bx} \\ p = \Phi_{Ay} + \Phi_{By} \;\; (risposta\, b) \end{cases}$$

$$\vec{M}^e = \frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{v}_\Omega \wedge \vec{P} \qquad \frac{a}{2}\vec{i} \wedge (-p\,\vec{j}) + \frac{b}{2}\vec{j} \wedge (\Phi_{Bx}\vec{i} + \Phi_{By}\vec{j}) - \frac{b}{2}\vec{j} \wedge (\Phi_{Ax}\vec{i} + \Phi_{Ay}\vec{j}) = \vec{0}$$

$$\left\{ -\frac{a\,p}{2} - \frac{b\,\Phi_{Bx}}{2} + \frac{b\,\Phi_{Ax}}{2} = 0 \right. \qquad \left\{ -a\,p + b\,\Phi_{Ax} + b\,\Phi_{Ax} = 0 \right.$$

$$\left\{ \Phi_{Ax} = \frac{a}{2b}\,p \right. \qquad \left\{ \Phi_{Bx} = -\frac{a}{2b}\,p \right. \quad (risposta\, a)$$

Termodinamica

Q1)

$$đQ = dU + đL \qquad đQ = n\,C_V\,dT + P\,dV \qquad P\,dV + V\,dP = n\,R\,dT \qquad dT = \frac{P\,dV + V\,dP}{n\,R}$$

$$đQ = n\,C_V\,\frac{P\,dV + V\,dP}{n\,R} + P\,dV = (\frac{C_V}{R} + 1)P\,dV + \frac{C_V}{R}V\,dP \qquad đQ = \frac{C_P}{R}P\,dV + \frac{C_V}{R}V\,dP$$

Q2)

Si può schematizzare il problema attraverso una macchina frigorifera che assorbe, in un secondo, 100 J di lavoro e 500 J di calore da un serbatoio a temperatura incognita T1 cedendone una frazione Q2 ad un serbatoio a temperatura T2=(273.15+30)K. La variazione di entropia del processo vale allora

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} \geq 0 \qquad L + Q_1 = Q_2 \qquad \frac{L + Q_1}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} \geq 0$$

$$T_1 \geq \frac{Q_1}{L + Q_1}T_2 = \frac{500}{100 + 500}(273.15 + 30) = 252.6\,K = -20.6\,^0C$$

Q3)

$$đQ_1 + đQ_2 = 0 \qquad m_C C_P dT + m_F C_P dT = 0 \qquad m_C C_P \int_{T_C}^{T_{equil}} dT + m_F C_P \int_{T_C}^{T_{equil}} dT = 0$$

i)

$$m_C C_P (T_C - T_{equil}) + m_F C_P (T_F - T_{equil}) = 0$$

$$T_{equil} = \frac{m_C T_C + m_F T_F}{m_C + m_F} = \frac{3\times 343.15 + 4\times 278.15}{3 + 4} = 306.01 K = 32.86\,^0C$$

$$dS = \frac{\cancel{d}Q_1}{T_1} + \frac{\cancel{d}Q_2}{T_2} = \frac{m_C C_P dT_1}{T_1} + \frac{m_F C_P dT_2}{T_2}$$

ii) $$S_f - S_i = m_C C_P \int_{T_C}^{T_{equil}} \frac{dT_1}{T_1} + m_F C_P \int_{T_F}^{T_{equil}} \frac{dT_2}{T_2} = m_C C_P \ln(\frac{T_{equil}}{T_C}) + m_F C_P \ln(\frac{T_{equil}}{T_F}) =$$

$$= 3 \times 4184 \times \ln(\frac{306.01}{343.15}) + 4 \times 4184 \times \ln(\frac{306.01}{278.15}) = -1437.83 + 1597.87 = 159.74\, J/K$$