

Fisica Generale T-A

Prova scritta del 20 giugno 2011

N.1

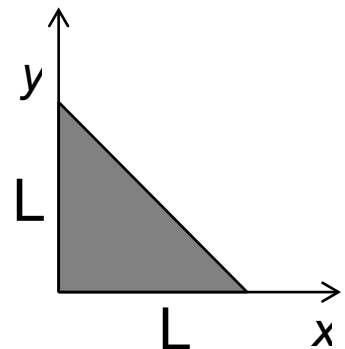
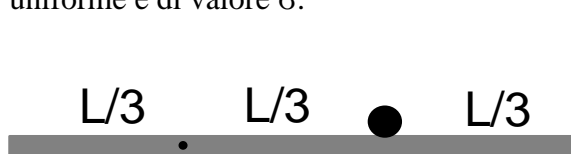
Prof. Nicola Semprini Cesari

Meccanica

1) Un punto materiale si muove su di una traiettoria circolare di raggio $R=4m$ secondo l'equazione oraria $s=2t^2+2$. Trovare l'espressione dell'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione.

2) Un punto materiale di massa m è soggetto all'azione della forza $\vec{f} = -mg\vec{j}$. Esprimere l'equazione della traiettoria nel caso in cui i vettori posizione e velocità iniziali siano $\vec{r}_0 = 4\vec{j}$ e $\vec{v}_0 = \sqrt{g}\vec{i}$.

3) Assumendo il riferimento indicato in figura calcolare la posizione del centro di massa del triangolo rettangolo nella ipotesi che la densità superficiale di massa sia uniforme e di valore σ .



4) Sia data una sbarra di lunghezza L , massa M e densità lineare uniforme λ incernierata ad un terzo della sua lunghezza. Nella ipotesi che la massa appoggiata valga m determinare: i) la tensione della fune affinché la sbarra sia in equilibrio; ii) il momento d'inerzia della sbarra; iii) l'accelerazione angolare iniziale qualora il filo venga tagliato.

5) Commentare il concetto di massa inerziale.

6) Dimostrare che la prima equazione cardinale è l'equazione del moto del centro di massa (primo teorema del centro di massa).

7) Dimostrare il teorema di Huygens-Steiner.

Termodinamica

- 1) Calcolare il lavoro necessario per comprimere $n=3$ moli di gas perfetto alla temperatura costante $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ da una pressione iniziale $P=1\text{ atm}$ ad una pressione finale $P=3\text{ atm}$.
- 2) Nel corso di una trasformazione isocora due moli di gas monoatomico ($C_V=3/2\text{ R}$) cambiano la propria temperatura da $t=0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calcolare la variazione di entropia.
- 3) Calcolare la relazione tra pressione e volume per gli stati di una trasformazione adiabatica quasi statica.
- 4) Commentare la costruzione della scala Kelvin delle temperature.

Soluzioni

$$\dot{s} = 4t \quad \ddot{s} = 4 \quad \vec{v} = 4t\vec{i} \quad \vec{a} = 4\vec{i} + \frac{16t^2}{4}\vec{n} \quad |\vec{v}| = 4t \quad |\vec{a}| = \sqrt{16+16t^4} = 4\sqrt{1+t^4}$$

Q1

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{a}|}\right) = \arccos\left(\frac{16t}{4t \cdot 4\sqrt{1+t^4}}\right) = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+t^4}}\right)$$

$$\vec{f} = -mg\vec{j} = m(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j}) \quad \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ -g = \ddot{y} \end{cases} \quad \begin{cases} x = x_0 + v_{ox}t \\ y = y_0 + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Q2

$$\vec{r}_0 = 4\vec{j} \quad (x_0, y_0) = (0, 4) \quad \vec{v}_0 = \sqrt{g}\vec{i} \quad (v_{0x}, v_{0y}) = (\sqrt{g}, 0)$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{g}t \\ y = 4 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \begin{cases} t = \frac{x}{\sqrt{g}} \\ \sqrt{y} = 4 - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{g} \end{cases} \quad y = 4 - \frac{x^2}{2} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad}$$

Q3

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{M}$$

$$Y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{M} \quad Y_{CM} = \frac{\int_0^L \int_0^{L-x} y \sigma dx dy}{M} = \frac{\frac{1}{2}\sigma \frac{1}{3}L^3}{M} = \frac{1}{3}L \quad \text{inoltre} \quad X_{CM} = Y_{CM} = \frac{1}{6}L$$

$$i) \vec{M}^e = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \frac{L}{6}\vec{j} \wedge (-Mg\vec{k}) + \frac{L}{3}\vec{j} \wedge (-mg\vec{k}) + \frac{2L}{3}\vec{j} \wedge T\vec{k} = \vec{0}$$

$$\left(-Mg\frac{L}{6} - mg\frac{L}{3} + \frac{2L}{3}T\right)\vec{i} = \vec{0} \quad T = \frac{M+2m}{4}g$$

$$ii) I = \int_{-L/3}^{2/3L} x^2 \lambda dx = \frac{1}{9}ML^2$$

Q4

$$iii) \hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I_\omega \ddot{\varphi} \quad \ddot{\varphi} = \frac{\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e}{I_\omega}$$

$$\hat{\omega} = \vec{i} \quad \vec{M}^e = \left(-Mg\frac{L}{6} - mg\frac{L}{3}\right)\vec{i} \quad \hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = \vec{i} \cdot \left(-Mg\frac{L}{6} - mg\frac{L}{3}\right)\vec{i} = -\frac{M+2m}{6}gL$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{-\frac{M+2m}{6}gL}{\frac{1}{9}ML^2} = -\frac{3}{2} \frac{M+2m}{M} \frac{g}{L}$$

T1

$$dL = p dV \quad \text{ma } T = \text{cost} \quad e \quad PV = nRT \quad \text{quindi} \quad PdV + VdP = 0 \quad PdV = -VdP$$

$$dL = -VdP = -nRT \frac{dP}{P} \quad L = -nRT \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = -3 \times 8.31 \times 293.15 \times \ln 3 \approx -8029 \text{ J}$$

T2

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{nC_V dT + PdV}{T} = nC_V \frac{dT}{T} \quad S = nC_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = n \frac{3}{2} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 2 \times \frac{3}{2} \times 8.31 \times \ln\left(\frac{293.15}{273.15}\right) \approx 1.76 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$