Esercizi di Calcolo Vettoriale

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2004-2005
indirizzo e-mail: alessandro.tronconi@bo.infn.it
indirizzo internet per la didattica: https://ishtar.df.unibo.it/

Esercizio 1

La componenti dei vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ lungo la direzione del vettore $\vec{v}_3$ sono rispettivamente 2 e 3 e il prodotto scalare della somma di $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ con $\vec{v}_3$ vale 30. Calcolare $|\vec{v}_3|$. (R: 6)

Esercizio 2

Verificare che i vettori $\vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{\jmath} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ e $\vec{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{\jmath} - \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{k}$ sono ortogonali e sono versori; trovarne un terzo, $\vec{v}_3$, che sia versore perpendicolare ad entrambi. Infine, dato il vettore $\vec{w}_{12}$ di modulo 2, giacente sul piano cui appartengono pure $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, e formante angoli rispettivamente di $\pi/3$ e $\pi/6$ con $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, esprimerlo nella forma $\vec{w}_{12} = a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2$ e in rappresentazione cartesiana. (R: $\vec{v}_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{\jmath}$)

Esercizio 3

Dati i vettori $\vec{v}_1 = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$, $\vec{v}_2 = -5\hat{k}$, $\vec{v}_3 = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 3\hat{k}$, calcolare $p = (2\vec{v}_1) \wedge \left(\frac{1}{5}\vec{v}_2\right) \cdot \vec{v}_1 - (\vec{v}_1 + \vec{v}_3) \cdot \vec{v}_2$. Calcolare inoltre i tre angoli fra di essi compresi. (R: $p = -15$)

Esercizio 4

Dati i vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ con $|\vec{v}_1| = 2$ e $|\vec{v}_2| = 3$, determinare $|\vec{v}_3|$ in modo che $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 0$ essendo $\theta = 60°$ l'angolo fra $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Calcolare inoltre l'angolo fra $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_3$ e quello fra $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$. (R: $\sqrt{19}$, 143.41°, 156.59°)

Esercizio 5

Siano dati i due vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ di modulo rispettivamente 5 e 3 e formanti un angolo di $\pi/3\,rad$. Determinare le caratteristiche necessarie ad un versore $\vec{v}_3$ in modo che sia complanare ai due vettori dati e che

- $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3 = 0$
- $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \wedge \vec{v}_3 = \vec{0}$

Esercizio 6

Determinare l'angolo fra i il vettore $\vec{a} = \alpha(6\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$ e $\vec{b} = \vec{a} + \hat{\imath}$. Quanto vale il suddetto angolo nel limite $\alpha \to \infty$?

Esercizio 7

Siano dati due vettori uguali in modulo $\vec{a}$ e $\vec{b}$, determinare il modulo e l'angolo fra essi compreso sapendo che il loro prodotto vettoriale ha modulo 16 e la loro somma ha modulo 4. (R: $a = b = 2\sqrt{5}$, $\theta = \arccos[-3/5]$)

Esercizio 8

Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = 2xy\hat{\imath} + 3y^2\hat{\jmath}$ definito sul piano xy determinare $\partial F/\partial x$, $\partial F/\partial y$. Sia poi data la curva di equazione $y = x^2$ calcolare l'integrale curvilineo su di essa

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

in cui $P_1 : (0,0)$, $P_2 : (1,1)$ e $\vec{dl} \equiv dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}$.