

## Esercizi leggi di conservazione

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2002-2003

### Esercizio 1

Una sferetta di massa  $m = 0.5 \text{ kg}$  é attaccata nel punto di mezzo di una corda di lunghezza  $L = 1 \text{ m}$ , di massa trascurabile. La corda é fissata agli estremi ed é mantenuta ad una tensione di modulo costante  $T = 50 \text{ N}$ . Il sistema si trova su un piano liscio orizzontale senza attrito. Calcolare:

- 1) la frequenza di oscillazione della sferetta quando é spostata dalla posizione di riposo, nel piano e in direzione perpendicolare alla corda, e poi rilasciata, nell'ipotesi che lo spostamento sia piccolo rispetto ad  $L$ ;
- 2) l'equazione oraria della sferetta, sapendo che passa per la posizione di equilibrio con velocità  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ ;
- 3) la frequenza di oscillazione nel caso in cui la sferetta sia attaccata ad una distanza  $d = 1/3 L$  da uno degli estremi della corda, cotinuando a valere le ipotesi del primo quesito.

### Esercizio 2

Una particella puntiforme di massa  $m_1 = 0.15 \text{ kg}$  che si muove con velocità  $u = 7.2 \text{ m/s}$  su un piano orizzontale liscio, urta un'altra particella inizialmente in quiete. Dopo l'urto i due corpi si muovono sul piano; la particella  $m_1$  con modulo della velocità  $v_1 = 4.5 \text{ m/s}$  ed angolo  $\theta_1 = 60^\circ$  rispetto alla linea iniziale di volo, la seconda particella con modulo della velocità  $v_2 = 1 \text{ m/s}$ . Calcolare:

- 1) l'angolo di diffusione del corpo urtato e la sua massa;
- 2) la variazione di energia cinetica tra stato iniziale e stato finale.

### Esercizio 3

Un sistema composto da due sfere, entrambe di massa  $M = 0.1 \text{ kg}$  collegate tra loro da una molla con costante elastica  $k = 2 \text{ N/m}$  e lunghezza  $L = 0.5 \text{ m}$ , é inizialmente in quiete. Una delle due sfere é urtata centralmente ed elasticamente da una terza sfera anch'essa di massa  $M$  che si muove con velocità  $v = 1.8 \text{ m/s}$  lungo la retta congiungente i centri delle due sfere. Calcolare:

- 1) la velocità del centro di massa del sistema delle due sfere dopo l'urto;
- 2) il periodo di oscillazione;
- 3) le distanze minima e massima fra e due sfere.

### Esercizio 4

Due blocchi di massa rispettivamente  $m = 0.1 \text{ kg}$  e  $M = 0.5 \text{ kg}$  si trovano su un tavolo privo di attrito, collegati da una molla di massa trascurabile, di lunghezza a riposo  $L = 0.4 \text{ m}$  e costante elastica  $k = 5 \text{ N/m}$ . Tramite un filo di massa trascurabile attaccato ai due blocchi si comprime la molla fino alla lunghezza  $L/2$ . Il sistema si muove con velocità  $v = 0.5 \text{ m/s}$  in direzione perpendicolare alla molla. Se il filo viene tagliato calcolare:

- 1) l'energia meccanica totale nel sistema del laboratorio e nel sistema del centro di massa;
- 2) la velocità relativa massima dei due blocchi;
- 3) il periodo di vibrazione del sistema.

### Esercizio 5

Due sfere rispettivamente di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  e  $m_2 = 8 \text{ kg}$  si urtano centralmente ed elasticamente comprimendo una molla di massa trascurabile attaccata ad una delle due sfere. Assumendo che la molla ritorni alla sua lunghezza originale dopo l'urto, considerare i due casi iniziali di uguale energia totale:

Caso A:  $m_1$  ha energia cinetica paria a  $16 \text{ J}$ ,  $m_2$  é ferma;

Caso B:  $m_2$  ha energia cinetica paria a  $16 \text{ J}$ ,  $m_1$  é ferma.

Calcolare in ciascuno dei due casi:

- 1) le velocità finali di  $m_1$  e  $m_2$ ;
- 2) il valore dell'energia potenziale massima immagazzinata nella molla, durante l'interazione.

### Esercizio 7

Una particella di massa  $2m$  e velocità  $u = 8 \text{ m/s}$  ( $m = 100 \text{ g}$ ) urta un'altra particella di eguale massa inizialmente in quiete. Nell'urto si formano due particelle di massa  $m$  e  $3m$  e si conserva l'energia cinetica. Calcolare:

- 1) i moduli delle velocità delle due particelle nel sistema del centro di massa dopo l'urto;
- 2) i vettori velocità delle particelle nel sistema del laboratorio se nel sistema del centro di massa l'angolo di diffusione é di  $90^\circ$  rispetto alla direzione della particella incidente;
- 3) l'angolo fra le due particelle nel sistema del laboratorio.

### Esercizio 8

Due astronauti di massa ciascuno pari a  $M = 90 \text{ kg}$  escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo  $L = 20 \text{ m}$ . Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni  $T = 10 \text{ s}$ . Calcolare:

- 1) la tensione a cui é sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sé il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano  $d = 5 \text{ m}$ ;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

### Esercizio 9

Una particella di massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  in moto con velocità pari a  $v_0 = 7.2 \text{ m/s}$  urta elasticamente una particella di massa  $M = 0.6 \text{ kg}$ , inizialmente in quiete. Nella configurazione finale la particella incidente é diffusa a  $\alpha = 90^\circ$  rispetto alla direzione iniziale di volo. Calcolare:

- 1) i moduli delle quantità di moto delle due particelle nello stato finale;
- 2) l'angolo  $\theta$  che la seconda particella forma con la linea di volo della particella incidente nel sistema del centro di massa.

(R:  $1.02 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ,  $1.76 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ,  $1.23 \text{ rad}$ )

### Esercizio 10

Un campo di forze conservativo unidimensionale é descritto dalla seguente energia potenziale:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot x^2 && \text{per } |x| \leq A \\ U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot A^2 && \text{per } |x| > A \end{aligned}$$

con  $k = 6 \text{ N/m}$  e  $A = 0.65 \text{ m}$ . Nel punto  $x = 0$  si trova, in quiete, una particella puntiforme di massa  $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ . Un'altra particella puntiforme di massa  $m_1 = 0.1 \text{ kg}$ , inizialmente in moto a grande distanza dall'origine, con velocità  $v_0 = 3.5 \text{ m/s}$ , entra nella regione in cui il campo di forze é attivo e collide con la particella ferma in  $x = 0$ . Calcolare, nell'ipotesi di urto elastico di durata trascurabile:

- 1) le velocità delle due particelle subito dopo la collisione;
- 2) l'intervallo di tempo che trascorre dall'urto al momento in cui  $m_2$  raggiunge il punto  $x = 1.5 \text{ m}$ .

(R:  $-2.04 \text{ m/s}$ ,  $4.09 \text{ m/s}$ ,  $0.62 \text{ s}$ )

### Esercizio 11

Un campo di forze conservative ha per energia potenziale la funzione  $U(x) = A/B - A(B^2 + x^2)^{1/2}$  con  $A$  e  $B$  costanti positive e  $-\infty < x < \infty$ . Calcolare:

- 1) le dimensioni delle costanti  $A$  e  $B$ ;
- 2) il punto di equilibrio (verificare che é stabile);
- 3) la minima velocità che deve possedere il corpo lanciato dal punto di equilibrio per raggiungere l'infinito.

(R:  $0 \text{ m}$ ,  $(2A/mB)^{1/2}$ )

### Esercizio 12

Due stelle di uguale massa  $M$  ruotano attorno al loro centro di massa su un'orbita circolare di raggio  $r$ . Un corpo di massa  $m$  molto minore di  $M$  puó muoversi lungo l'asse passante per il centro di massa e perpendicolare al piano dell'orbita. Calcolare la forza esercitata sul corpo in funzione di  $z$ . (R:  $-2GMMz/(r^2 + z^2)^{3/2}$ )