

Esercizi leggi di conservazione

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2002-2003

Esercizi

Esercizio 1

Una molla di lunghezza a riposo pari a $l_0 = 1\text{ m}$ e $k = 20\text{ N/m}$, indeformabile in senso trasverso rispetto alla direzione di allungamento, ruota con velocità angolare costante $\omega = 0.5\text{ rad/s}$ intorno ad uno dei suoi estremi. All'altra estremità è fissato un punto materiale di massa $m = 0.1\text{ kg}$. Sapendo che all'istante $t = 0\text{ s}$ il punto dista $r_0 = 2\text{ m}$ dal centro di rotazione ed ha una velocità, in modulo, pari a $v_0 = 1\text{ m/s}$ determinare la legge oraria del punto materiale nel sistema di riferimento del laboratorio e in quello corotante con la molla e centrato nel suo estremo vincolato (tenere presente che a $t = 0$ la molla giace sull'asse x del S.R. del laboratorio). Calcolare inoltre il momento angolare del punto materiale nel sistema del laboratorio.

Esercizio 2

Un punto materiale di massa $m = 1\text{ kg}$ è fissato al soffitto da un cavo inestensibile e di massa trascurabile lungo $l = 2\text{ m}$. Se all'istante $t = 0$ il punto è fermo, dista $d = 1.9\text{ m}$ dal soffitto ed il cavo è completamente esteso, calcolare il periodo di oscillazione del sistema. Calcolare inoltre il momento angolare del punto. Si conserva??

Esercizio 3

Un punto materiale è fissato alla parete verticale anteriore del vagone di un treno di moto rettilineo uniforme tramite una molla di costante elastica $k = 50\text{ N/m}$ a riposo. Ad un certo istante il treno incomincia a decelerare in modo uniforme $a_0 = 0.1\text{ m/s}^2$. Calcolare, nel S.R. solidale con il vagone l'equazione del moto per il punto, sapendo che molla e punto giacciono sul fondo della carrozza.

Esercizio 4

Un automobilista incauto, dopo aver appoggiato un bicchiere contenente $v = 0.5\text{ l}$ d'acqua sul cruscotto, parte con la macchina all'istante $t = 0\text{ s}$ con un'accelerazione pari a $a(t) = a_0 \cdot t^2$ essendo $a_0 = 0.2\text{ m/s}^4$. Sapendo che il coefficiente di attrito statico del cruscotto è $\mu = 0.5$ calcolare dopo quanti metri il bicchiere gli si rovescia addosso.

Esercizio 5

Due punti materiali di massa uguale e pari a $m = 1\text{ kg}$ sono tenuti a distanza $d = 5\text{ cm}$ da un cavo inestensibile, di massa trascurabile anch'esso di lunghezza d . Il sistema è inizialmente in quiete. Ad un certo istante uno dei due punti è fissato ad una parete da una molla di costante elastica $k = 30\text{ N/m}$, che per agganciarsi viene allungata di $\Delta x = 0.2\text{ m}$. Calcolare quanto tempo trascorre affinché i due punti si urtino.

Esercizio 6

Due particelle rispettivamente di massa $m_1 = 0.2 \text{ kg}$ e $m_2 = 1 \text{ kg}$, vincolate ad una rotaia rettilinea parallela a terra, si muovono all'istante $t = 0$ con velocità rispettivamente di $v_1 = 2 \text{ m/s}$ e $v_2 = 1 \text{ m/s}$. Ad un certo istante collidono; sapendo che la particella m_1 , dopo l'urto ha una velocità pari a $\bar{v}_1 = 1 \text{ m/s}$ calcolare la velocità di m_2 dopo l'urto. Scrivere, inoltre, l'equazione del moto del centro di massa del sistema.

Esercizio 7

Due punti materiali di massa rispettivamente $m_1 = 0.1 \text{ kg}$ e $m_2 = 0.3 \text{ kg}$ a $t = 0 \text{ s}$ distano $d_0 = 5 \text{ m}$. Dopo $\Delta t = 10 \text{ s}$ collidono. L'urto è tale che le due masse si uniscono formando un'unica particella che si muove con velocità $v_f = 2 \text{ m/s}$. Quali sono le velocità iniziali dei due punti materiali?

Esercizio 8

Calcolare il momento di inerzia di una sbarra di lunghezza $l = 2 \text{ m}$ e $m = 0.5 \text{ kg}$ vincolata a muoversi attorno ad un asse perpendicolare alla stessa, fissato ad uno dei suoi due estremi. Calcolare, inoltre, il rapporto fra tale momento di inerzia e quello della stessa sbarra fissato l'asse di rotazione parallelamente al precedente e passante per il suo centro di massa.

Esercizio 9

Un punto materiale $m = 0.1 \text{ kg}$ è fissato tramite una molla di costante elastica $k = 25 \text{ N/m}$ al punto più alto di un piano inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto a terra. Si noti che è presente attrito dinamico di costante $\lambda = 0.01$ causato dallo sfregamento fra il punto e il piano inclinato. Il corpo viene lanciato a $t = 0 \text{ s}$ con velocità $v_0 = 1 \text{ m/s}$ verso terra dalla posizione in cui la molla è a riposo. Calcolare il massimo allungamento della stessa.

Esercizio 10

Una sbarretta uniforme di lunghezza $l = 0.5 \text{ m}$ e di massa $m = 0.2 \text{ kg}$ è appoggiata ad un piano orizzontale ed è vincolata nel suo centro di massa ad un asse di rotazione perpendicolare al piano stesso. Ad un certo istante la sbarra ruota attorno a tale asse con velocità angolare pari a $\omega_0 = 0.8 \text{ rad/s}$. Sapendo che la rotazione è frenata da una forza di attrito dinamico ($\lambda = 0.1$) calcolare come varia il momento angolare totale del sistema in funzione del tempo. Quanto impiega a fermarsi la sbarretta?

Esercizi avanzati

Esercizio 1

Una sferetta di massa $m = 0.5 \text{ kg}$ è attaccata nel punto di mezzo di una corda di lunghezza $L = 1 \text{ m}$, di massa trascurabile. La corda è fissata agli estremi ed è mantenuta ad una tensione di modulo costante $T = 50 \text{ N}$. Il sistema si trova su un piano liscio orizzontale senza attrito. Calcolare:

- 1) la frequenza di oscillazione della sferetta quando è spostata dalla posizione di riposo, nel piano e in direzione perpendicolare alla corda, e poi rilasciata, nell'ipotesi che lo spostamento sia piccolo rispetto ad L ;

- 2) l'equazione oraria della sferetta, sapendo che passa per la posizione di equilibrio con velocità $v_0 = 1 \text{ m/s}$;
- 3) la frequenza di oscillazione nel caso in cui la sferetta sia attaccata ad una distanza $d = 1/3 L$ da uno degli estremi della corda, continuando a valere le ipotesi del primo quesito.

Esercizio 2

Una particella puntiforme di massa $m_1 = 0.15 \text{ kg}$ che si muove con velocità $u = 7.2 \text{ m/s}$ su un piano orizzontale liscio, urta un'altra particella inizialmente in quiete. Dopo l'urto i due corpi si muovono sul piano; la particella m_1 con modulo della velocità $v_1 = 4.5 \text{ m/s}$ ed angolo $\theta_1 = 60^\circ$ rispetto alla linea iniziale di volo, la seconda particella con modulo della velocità $v_2 = 1 \text{ m/s}$. Calcolare:

- 1) l'angolo di diffusione del corpo urtato e la sua massa;
- 2) la variazione di energia cinetica tra stato iniziale e stato finale.

Esercizio 3

Un sistema composto da due sfere, entrambe di massa $M = 0.1 \text{ kg}$ collegate tra loro da una molla con costante elastica $k = 2 \text{ N/m}$ e lunghezza $L = 0.5 \text{ m}$, è inizialmente in quiete. Una delle due sfere è urtata centralmente ed elasticamente da una terza sfera anch'essa di massa M che si muove con velocità $v = 1.8 \text{ m/s}$ lungo la retta congiungente i centri delle due sfere. Calcolare:

- 1) la velocità del centro di massa del sistema delle due sfere dopo l'urto;
- 2) il periodo di oscillazione;
- 3) le distanze minima e massima fra le due sfere.

Esercizio 4

Due blocchi di massa rispettivamente $m = 0.1 \text{ kg}$ e $M = 0.5 \text{ kg}$ si trovano su un tavolo privo di attrito, collegati da una molla di massa trascurabile, di lunghezza a riposo $L = 0.4 \text{ m}$ e costante elastica $k = 5 \text{ N/m}$. Tramite un filo di massa trascurabile attaccato ai due blocchi si comprime la molla fino alla lunghezza $L/2$. Il sistema si muove con velocità $v = 0.5 \text{ m/s}$ in direzione perpendicolare alla molla. Se il filo viene tagliato calcolare:

- 1) l'energia meccanica totale nel sistema del laboratorio e nel sistema del centro di massa;
- 2) la velocità relativa massima dei due blocchi;
- 3) il periodo di vibrazione del sistema.

Esercizio 5

Due sfere rispettivamente di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 8 \text{ kg}$ si urtano centralmente ed elasticamente comprimendo una molla di massa trascurabile attaccata ad una delle due sfere. Assumendo che la molla ritorni alla sua lunghezza originale dopo l'urto, considerare i due casi iniziali di uguale energia totale:

A: m_1 ha energia cinetica pari a $16 J$, m_2 é ferma;

B: m_2 ha energia cinetica pari a $16 J$, m_1 é ferma.

Calcolare in ciascuno dei due casi:

- 1) le velocità finali di m_1 e m_2 ;
- 2) il valore dell'energia potenziale massima immagazzinata nella molla, durante l'interazione.

Esercizio 7

Una particella di massa $2m$ e velocità $u = 8 m/s$ ($m = 100 g$) urta un'altra particella di eguale massa inizialmente in quiete. Nell'urto si formano due particelle di massa m e $3m$ e si conserva l'energia cinetica. Calcolare:

- 1) i moduli delle velocità delle due particelle nel sistema del centro di massa dopo l'urto;
- 2) i vettori velocità delle particelle nel sistema del laboratorio se nel sistema del centro di massa l'angolo di diffusione é di 90° rispetto alla direzione della particella incidente;
- 3) l'angolo fra le due particelle nel sistema del laboratorio.

Esercizio 8

Due astronauti di massa ciascuno pari a $M = 90 kg$ escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo $L = 20 m$. Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni $T = 10 s$. Calcolare:

- 1) la tensione a cui é sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sé il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano $d = 5 m$;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

Esercizio 9

Una particella di massa $m = 0.2 kg$ in moto con velocità pari a $v_0 = 7.2 m/s$ urta elasticamente una particella di massa $M = 0.6 kg$, inizialmente in quiete. Nella configurazione finale la particella incidente é diffusa a $\alpha = 90^\circ$ rispetto alla direzione iniziale di volo. Calcolare:

- 1) i moduli delle quantità di moto delle due particelle nello stato finale;
- 2) l'angolo θ che la seconda particella forma con la linea di volo della particella incidente nel sistema del centro di massa.

(R: $1.02 kg \cdot m/s$, $1.76 kg \cdot m/s$, $1.23 rad$)

Esercizio 10

Un campo di forze conservativo unidimensionale é descritto dalla seguente energia potenziale:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot x^2 && \text{per } |x| \leq A \\ U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot A^2 && \text{per } |x| > A \end{aligned}$$

con $k = 6 \text{ N/m}$ e $A = 0.65 \text{ m}$. Nel punto $x = 0$ si trova, in quiete, una particella puntiforme di massa $m_2 = 0.2 \text{ kg}$. Un'altra particella puntiforme di massa $m_1 = 0.1 \text{ kg}$, inizialmente in moto a grande distanza dall'origine, con velocità $v_0 = 3.5 \text{ m/s}$, entra nella regione in cui il campo di forze é attivo e collide con la particella ferma in $x = 0$. Calcolare, nell'ipotesi di urto elastico di durata trascurabile:

- 1) le velocità delle due particelle subito dopo la collisione;
- 2) l'intervallo di tempo che trascorre dall'urto al momento in cui m_2 raggiunge il punto $x = 1.5 \text{ m}$.

(R: -2.04 m/s , 4.09 m/s , 0.62 s)

Esercizio 11

Un campo di forze conservative ha per energia potenziale la funzione $U(x) = A/B - A(B^2 + x^2)^{1/2}$ con A e B costanti positive e $-\infty < x < \infty$. Calcolare:

- 1) le dimensioni delle costanti A e B ;
- 2) il punto di equilibrio (verificare che é stabile);
- 3) la minima velocità che deve possedere il corpo lanciato dal punto di equilibrio per raggiungere l'infinito.

(R: 0 m , $(2A/mB)^{1/2}$)

Esercizio 12

Due stelle di uguale massa M ruotano attorno al loro centro di massa su un'orbita circolare di raggio r . Un corpo di massa m molto minore di M può muoversi lungo l'asse passante per il centro di massa e perpendicolare al piano dell'orbita. Calcolare la forza esercitata sul corpo in funzione di z . (R: $-2GMMz/(r^2 + z^2)^{3/2}$)