

Esercizi conservazione dell'energia

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2003-2004

Esercizio 1

Un uomo di massa $m = 70 \text{ kg}$ si trova al centro di un carrello rettangolare omogeneo di massa $M = 50 \text{ kg}$ inizialmente fermo e scorrevole senza attrito su un binario orizzontale. L'uomo si sposta, in direzione del binario, fino all'estremità del carrello che è lungo $L = 4 \text{ m}$. Trovare lo spostamento del carrello considerando l'uomo puntiforme. (R: 1.17 m)

Esercizio 2

Una ruota di massa $m = 5 \text{ kg}$ è inizialmente in quiete alla sommità di un piano inclinato di lunghezza $L = 10 \text{ m}$ e di inclinazione $\alpha = 30^\circ$. Calcolare il tempo impiegato dalla ruota a percorrere il piano inclinato nel caso di totale assenza di attrito e nel caso di rotolamento puro (senza strisciare).

Esercizio 3

Una sbarra di lunghezza $L = 0.1 \text{ m}$ e massa $M = 0.5 \text{ kg}$ vicolata a terra in uno dei suoi estremi viene spostata di poco dalla sua posizione di equilibrio instabile (sbarra verticale) ed incomincia a cadere. Calcolare, all'istante in cui tocca terra, la velocità del suo estremo non vincolato.

Esercizio 4

Una ruota di raggio $R = 0.5 \text{ m}$ e massa $M = 5 \text{ kg}$ rotola senza strisciare su di un piano inclinato partendo da una quota $h_0 = 1 \text{ m}$. Giunta al termine del piano inclinato ($h = 0 \text{ m}$) continua a rotolare senza strisciare a terra. Calcolare la velocità del suo centro di massa durante il rotolamento orizzontale.

Esercizio 5

Due particelle di massa $m_1 = m$ e $m_2 = 2m$ ($m = 0.1 \text{ kg}$) vincolate ad una retta si urtano. Sapendo che prima dell'urto la particella 1 si muove con velocità $v_0 = 5 \text{ m/s}$ e la particella 2 è ferma, calcolare la velocità delle particelle dopo l'urto nel caso di urto elastico e nel caso che nell'urto venga dissipata un'energia pari a $\Delta E = 0.01 \text{ J}$

Esercizio 6

Due sferette di massa $m = 1 \text{ kg}$ sono vincolate ad una sbarretta di massa $M = 0.5 \text{ kg}$ ruotante con velocità angolare $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ e lunga $L = 0.5 \text{ m}$. Le sferette sono tenute da un cavo inestensibile e di massa trascurabile a distanza $d_0 = 0.1 \text{ m}$ e sono disposte simmetricamente rispetto al centro di rotazione. Ad un certo istante il cavo viene tagliato e le sbarrette incominciano a muoversi. Calcolare con che velocità si muovono quando si liberano dal vincolo della sbarretta.

Esercizio 7

Un uomo ($m = 70 \text{ kg}$) è in piedi al centro di una piattaforma circolare di massa $M = 500 \text{ kg}$ e raggio $R = 5 \text{ m}$ che ruota con velocità angolare $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$. Ad un certo istante l'uomo si allontana di $d = 2 \text{ m}$ dal centro. Calcolare:

- 1) la velocità della piattaforma dopo lo spostamento;
- 2) Il lavoro che l'uomo dovrebbe fare per tornare al centro della piattaforma.

Esercizio 8

Un bambino lancia una pallina di gomma ($m = 0.01 \text{ kg}$) verticalmente verso terra dall'altezza di $h_0 = 1 \text{ m}$. Calcolare a quale velocità, al minimo, deve lanciarla affinché, nel caso di urto completamente elastico fra la terra e la pallina, la pallina risalendo, raggiunga la quota di $h = 5 \text{ m}$

Esercizio 9

Data l'energia potenziale di un campo di forza unidimensionale $V(x) = cx^4 - dx^2$ con $c = 1 \text{ J/m}^4$ e $d = 4 \text{ J/m}^2$ calcolare il campo di forze in funzione di x . Se lancio una particella di massa $m = 0.1 \text{ kg}$ con velocità $v_0 = 1 \text{ m/s}$ dal punto $x = 0$, a quale distanza si riesce ad allontanare, al massimo dal punto di lancio?

Esercizio 10

L'energia potenziale di un campo di forza unidimensionale è $V(x) = \frac{x-1}{x+1}$ per $x \geq 0$ e $V(x) = -1$ per $x < 0$. Calcolare quale velocità, al minimo, deve avere un particella di massa $m = 0.05 \text{ kg}$ lanciata verso destra da $x_0 = -10 \text{ m}$ per allontanarsi all'infinito nella regione $x \geq 0$. Cosa succede se la velocità è minore? E se è maggiore?

Esercizio 11

Dato il campo di forze $F(x) = -12x^2 + 1$ determinare a quale velocità deve essere lanciata da $x_0 = -1/2 m$ una particella di massa $m = 0.0.1 kg$ per arrivare nel semipiano delle x positive.

Esercizio 12

Il potenziale di un campo di forze unidimensionale é $V(x) = Ax^4 - Bx^2$ per $x \leq 0 m$ e $V(x) = 0 J$ per $x > 0 m$ con $A = 1 J/m^4$ e $B = 9 J/m^2$. In questo campo di forze vengono sistemate con velocità nulla due particelle; la prima, $m_1 = 0.1 kg$, é collocata nel punto $x_1 = -10 m$, la seconda, $m_2 = 0.2 kg$, é posta in $x_2 = 10 m$. Dopo un certo periodo le due particelle collidono. Calcolare la velocità di m_2 dopo l'urto nel caso di urto totalmente elastico. (Parziale a.a. 2002/2003 - R: $v_2^f = 284.41 m/s$)

Esercizio 13

Una particella di massa $m = 0.1 kg$, fissata ad una molla di costante elastica $k = 30 N/m$, lunghezza a riposo $l = 0.5 m$ e di massa trascurabile, viene lasciata cadere da una quota di $h = 1 m$ in modo che la molla preceda la particella nella discesa verso terra. Giunta a terra la molla si conficca istantaneamente e perpendicolarmente al suolo nel suo estremo libero. Calcolare la distanza minima da terra d raggiunta dalla particella. (Parziale a.a. 2002/2003 - R: $d = 0.2837 m$)

Esercizio 14

Due particelle rispettivamente di massa $m_1 = 0.2 kg$ e $m_2 = 1 kg$, vincolate ad una rotaia rettilinea parallela a terra, si muovono all'istante $t = 0$ con velocità rispettivamente di $v_1 = 2 m/s$ e $v_2 = 1 m/s$. Ad un certo istante collidono; sapendo che la particella m_1 , dopo l'urto ha una velocità pari a $\bar{v}_1 = 1 m/s$ calcolare la velocità di m_2 dopo l'urto. Scrivere, inoltre, l'equazione del moto del centro di massa del sistema.

Esercizio 15

Due punti materiali di massa rispettivamente $m_1 = 0.1 kg$ e $m_2 = 0.3 kg$ a $t = 0 s$ distano $d_0 = 5 m$. Dopo $\Delta t = 10 s$ collidono. L'urto é tale che le due masse si uniscono formando un'unica particella che si muove con velocità $v_f = 2 m/s$. Quali sono le velocità iniziali dei due punti materiali?

Esercizio 16

Una particella puntiforme di massa $m_1 = 0.15 \text{ kg}$ che si muove con velocità $u = 7.2 \text{ m/s}$ su un piano orizzontale liscio, urta un'altra particella inizialmente in quiete. Dopo l'urto i due corpi si muovono sul piano; la particella m_1 con modulo della velocità $v_1 = 4.5 \text{ m/s}$ ed angolo $\theta_1 = 60^\circ$ rispetto alla linea iniziale di volo, la seconda particella con modulo della velocità $v_2 = 1 \text{ m/s}$. Calcolare:

- 1) l'angolo di diffusione del corpo urtato e la sua massa;
- 2) la variazione di energia cinetica tra stato iniziale e stato finale.

Esercizio 17

Un sistema composto da due sfere, entrambe di massa $M = 0.1 \text{ kg}$ collegate tra loro da una molla con costante elastica $k = 2 \text{ N/m}$ e lunghezza $L = 0.5 \text{ m}$, é inizialmente in quiete. Una delle due sfere é urtata centralmente ed elasticamente da una terza sfera anch'essa di massa M che si muove con velocità $v = 1.8 \text{ m/s}$ lungo la retta congiungente i centri delle due sfere. Calcolare:

- 1) la velocità del centro di massa del sistema delle due sfere dopo l'urto;
- 2) il periodo di oscillazione;
- 3) le distanze minima e massima fra e due sfere.

Esercizio 18

Un punto materiale $M = 0.1 \text{ kg}$ é appeso al soffitto ad un'altezza h da terra tramite una molla allungata di $\Delta y = 10 \text{ cm}$ rispetto alla lunghezza a riposo l_0 . Inizialmente il punto é fermo. Ad un certo istante viene urtato, in modo totalmente anelastico ed in senso longitudinale rispetto alla direzione in cui agisce la molla, da una particella di massa $m = 10 \text{ g}$ lanciata da terra con velocità v_0 . Calcolare la frequenza di oscillazione del sistema dopo l'urto. (*Parziale a.a.2002-2003, R: $\nu = 1.502 \text{ Hz}$*)

Esercizio 19

Un campo di forze conservativo unidimensionale é descritto dalla seguente energia potenziale:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot x^2 && \text{per } |x| \leq A \\ U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot A^2 && \text{per } |x| > A \end{aligned}$$

con $k = 6 \text{ N/m}$ e $A = 0.65 \text{ m}$. Nel punto $x = 0$ si trova, in quiete, una particella puntiforme di massa $m_2 = 0.2 \text{ kg}$. Un'altra particella puntiforme di massa $m_1 = 0.1 \text{ kg}$, inizialmente in moto a grande distanza dall'origine, con velocità $v_0 = 3.5 \text{ m/s}$, entra nella regione in cui il campo di forze é attivo e collide con la particella ferma in $x = 0$. Calcolare, nell'ipotesi di urto elastico di durata trascurabile:

- 1) le velocità delle due particelle subito dopo la collisione;
- 2) l'intervallo di tempo che trascorre dall'urto al momento in cui m_2 raggiunge il punto $x = 1.5 \text{ m}$.

(R: -2.04 m/s , 4.09 m/s , 0.62 s)

Esercizio 20

Un campo di forze conservative ha per energia potenziale la funzione $U(x) = A/B - A(B^2 + x^2)^{1/2}$ con A e B costanti positive e $-\infty < x < \infty$. Calcolare:

- 1) le dimensioni delle costanti A e B ;
- 2) il punto di equilibrio (verificare che é stabile);
- 3) la minima velocità che deve possedere il corpo lanciato dal punto di equilibrio per raggiungere l'infinito.

(R: 0 m , $(2A/mB)^{1/2}$)

Esercizio 21

Un proiettile cade verso terra partendo da fermo da un'altezza $h_i = \sqrt{\xi}/4 \text{ m}$. A terra si trova una sbarra AB lunga $\overline{AB} = 3\xi \cdot 10^{-2} \text{ m}$ e di massa trascurabile. La sbarra é incernierata in un punto O , attorno al quale é libera di ruotare perpendicolarmente a terra tale che $\overline{AO} = 2 \cdot \overline{OB}$. All'estremitá B é appoggiato un punto materiale di massa uguale al proiettile. Ad un certo istante il proiettile in caduta libera urta la sbarra nella sua estremitá A , che si trova ad un'altezza $h_A = \frac{1}{2}h_i$ da terra, e vi si conficca. In quell'istante il corpo in B viene catapultato in senso ortogonale alla sbarra. Si determini l'altezza massima della sua traiettoria. (*Totale LA 19/06/2003*)

Esercizio 22

Sia dato un campo di forze unidimensionale la cui energia potenziale é della forma $V(x) = kx \exp(-\alpha x^2)$ con $k = 1 J/m$ ed $\alpha = 2 m^{-2}$. Calcolarne i punti di equilibrio e dire se sono stabili o instabili. Ad un certo istante una coppia di particelle puntiformi di massa $m = 2\xi \cdot 10^{-5} kg$ vengono immerse in questo campo di forze. La prima é posta ad $x = -\infty m$ con una velocità v_0 diretta verso le x crescenti, la seconda in quiete nel punto di equilibrio stabile del campo. Sapendo che, ad un certo istante, le due particelle si urtano in modo istantaneo e perfettamente anelastico calcolare quanto deve valere, al minimo, v_0 affinché, dopo l'urto, le particelle riescano ad arrivare ad $x = +\infty m$. (Trovare una condizione tipo $v_0 > v_m$) (Totale LA 15/12/2003)

Esercizio 23

Un punto materiale di massa $2m$ si muove con velocità $\vec{v} = 10\hat{i} m/s$ avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente una sbarra rigida omogenea di massa m e lunghezza $a = 1 m$ incernierata allo stesso piano verticale nel punto O . La distanza OA è pari a $\sqrt{\xi/1000}$. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare della sbarra dopo l'urto. (Totale LA 19/09/2003)