

## Esercizi terzo principio

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2004-2005

### Esercizio 1

Una ruota di massa  $m = 10 \text{ kg}$  e raggio  $R = 1 \text{ m}$  viene tirata contro un gradino di altezza  $h = 30 \text{ cm}$  con una velocità  $v_0$ . Sapendo che la ruota rotola senza strisciare calcolare il valore minimo di  $v_0$  affinché esse riesca a salire sul gradino.

### Esercizio 2

Una palla da biliardo di raggio  $R = 5 \text{ cm}$  è in quiete sul piano del tavolo da gioco. Ad un certo istante le viene impressa, da una forza impulsiva centrale, un velocità iniziale  $v_0 = 0.5 \text{ m/s}$ . Si calcoli l'istante in cui il moto della palla diventa di puro rotolamento. Qual è la velocità della palla da quell'istante?

### Esercizio 3

Un'asta omogenea di massa  $m = 0.5 \text{ kg}$  e lunghezza  $l = 1 \text{ m}$  reca agli estremi due masse puntiformi  $m_1 = 0.2 \text{ kg}$  ed  $m_2 = 0.3 \text{ kg}$ . L'asta è posta in rotazione con velocità angolare  $\omega_0$  costante attorno ad un asse, ad essa ortogonale, passante per il punto a distanza  $x$  da  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto ad una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

### Esercizio 4

Una sbarretta omogenea di lunghezza  $l = 60 \text{ cm}$ , soggetta alla gravità, può oscillare intorno ad un asse orizzontale passante per un punto  $P$  posto tra il centro della sbarretta  $O$  ed il suo estremo superiore. Determinare la distanza  $x$  fra  $O$  e  $P$  per la quale il periodo delle piccole oscillazioni è minimo.

### Esercizio 5

Una sbarra omogenea di lunghezza  $l$  e massa  $m$  oscilla intorno ad un asse orizzontale fisso passante per un suo estremo. Determinare l'espressione del modulo della reazione vincolare esercitata dall'asse.

### Esercizio 7

Un disco omogeneo di massa  $M = 4 \text{ kg}$  e raggio  $R$  è libero di ruotare senza attrito attorno al suo asse di simmetria (perpendicolare al piano del disco e disposto orizzontalmente). Lungo il suo bordo è avvolto, in modo che non possa slittare, un filo ideale alla cui estremità è

fissata una massa  $m = 2 \text{ kg}$ . All'istante iniziale il disco è fermo; quindi viene lasciato libero e la massa scende verso terra facendolo ruotare. Determinare la sua velocità angolare dopo  $\Delta t = 2 \text{ s}$ .

### Esercizio 8

Un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  viene fatto rotolare lungo un piano inclinato. Determinare il massimo angolo  $\theta$  di inclinazione del piano oltre il quale il moto non è più di puro rotolamento sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $\mu_s = 0.5$ .

### Esercizio 9

Due astronauti di massa ciascuno pari a  $M = 90 \text{ kg}$  escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo  $L = 20 \text{ m}$ . Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni  $T = 10 \text{ s}$ . Calcolare:

- 1) la tensione a cui è sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sé il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano  $d = 5 \text{ m}$ ;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

### Esercizio 10

Una molla di lunghezza a riposo pari a  $l_0 = 1 \text{ m}$  e  $k = 20 \text{ N/m}$ , indeformabile in senso trasverso rispetto alla direzione di allungamento, ruota con velocità angolare costante  $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$  intorno ad uno dei suoi estremi. All'altra estremità è fissato un punto materiale di massa  $m = 0.1 \text{ kg}$ . Sapendo che all'istante  $t = 0 \text{ s}$  il punto dista  $r_0 = 2 \text{ m}$  dal centro di rotazione ed ha una velocità, in modulo, pari a  $v_0 = 1 \text{ m/s}$  determinare la legge oraria del punto materiale nel sistema di riferimento del laboratorio e in quello corotante con la molla e centrato nel suo estremo vincolato (tenere presente che a  $t = 0$  la molla giace sull'asse  $x$  del S.R. del laboratorio). Calcolare inoltre il momento angolare del punto materiale nel sistema del laboratorio.

### Esercizio 11

Un punto materiale di massa  $m = 1 \text{ kg}$  è fissato al soffitto da un cavo inestensibile e di massa trascurabile lungo  $l = 2 \text{ m}$ . Se all'istante  $t = 0$  il punto è fermo, dista  $d = 1.9 \text{ m}$  dal soffitto ed il cavo è completamente esteso, calcolare il periodo di oscillazione del sistema. Calcolare inoltre il momento angolare del punto. Si conserva??

### Esercizio 12

Una ruota di massa  $m = 5 \text{ kg}$  e raggio  $R = 0.5 \text{ m}$  rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Il suo centro di massa si muove con velocità pari a  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ . Ad un certo istante incontra un piano inclinato di  $\theta = 30^\circ$  rispetto a terra. Calcolare quanto spazio percorre in salita prima di invertire il moto.

### Esercizio 13

Una particella di massa  $m = 0.1 \text{ kg}$  viene sparata da terra con un angolo di lancio di  $\theta = 60^\circ$  e una velocità in modulo pari a  $v_0 = 5 \text{ m/s}$ . Nel punto più alto della traiettoria essa esplode, dividendosi in due particelle uguali. Sapendo che la particella  $m_1$ , immediatamente dopo l'urto viaggia con una velocità pari a  $\vec{v}_1 = 2\hat{j} \text{ m/s}$  calcolare con quale velocità tocca terra la particella  $m_2$ .

### Esercizio 14

Una sbarra di lunghezza  $l = 1 \text{ m}$  e massa  $M = 0.5 \text{ kg}$  è vincolata in modo tale da poter ruotare solo attorno al suo centro di massa. Inizialmente essa è in quiete. Ad un certo istante essa viene urtata perpendicolarmente in uno dei suoi estremi da un proiettile di massa  $m = 0.1 \text{ kg}$  e velocità  $v = 2 \text{ m/s}$  che si conficca nella sbarra. A quale velocità angolare ruota tutto il sistema dopo l'urto?

### Esercizio 15

Calcolare il momento di inerzia di una sbarra di lunghezza  $l = 2 \text{ m}$  e  $m = 0.5 \text{ kg}$  vincolata a muoversi attorno ad un asse perpendicolare alla stessa, fissato ad uno dei suoi due estremi. Calcolare, inoltre, il rapporto fra tale momento di inerzia e quello della stessa sbarra fissato l'asse di rotazione parallelamente al precedente e passante per il suo centro di massa.

### Esercizio 16

Una sbarretta uniforme di lunghezza  $l = 0.5 \text{ m}$  e di massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  è appoggiata ad un piano orizzontale ed è vincolata nel suo centro di massa ad un asse di rotazione perpendicolare al piano stesso. Ad un certo istante la sbarra ruota attorno a tale asse con velocità angolare pari a  $\omega_0 = 0.8 \text{ rad/s}$ . Sapendo che la rotazione è frenata da una forza di attrito dinamico ( $\mu = 0.1$ ) calcolare come varia il momento angolare totale del sistema in funzione del tempo. Quanto impiega a fermarsi la sbarretta?

### Esercizio 17

Un cilindro omogeneo di massa  $M = 10 \text{ kg}$  e raggio di base  $R = 0.1 \text{ m}$  ruota attorno all'asse di simmetria con velocità angolare  $\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$ . istantaneamente si libera il cilindro da

questo asse di rotazione e lo si fissa ad un altro asse parallelo a quello iniziale ma tangente al cilindro. Calcolare la velocità angolare dopo lo scambio.

### Esercizio 18

Un disco omogeneo di massa  $M = 4 \text{ kg}$  e raggio  $R = 0.5 \text{ m}$  ruota ( $\omega_0 = 20 \text{ rad/s}$ ) attorno ad un asse fisso passante per il suo centro e perpendicolare alla superficie del disco. Tangenzialmente al bordo del disco viene applicata una forza frenante di modulo  $F = 4 \text{ N}$  per un tempo  $\Delta t = 3 \text{ s}$ . Trascurando gli attriti, calcolare:

- 1) la velocità angolare finale (R:  $8 \text{ rad/s}$ );
- 2) la variazione dell'energia cinetica (R:  $-84 \text{ J}$ );
- 3) il numero di giri compiuti nel tempo  $\Delta t$  (R: 6.7)

### Esercizio 19

Un proiettile di massa  $M = 0.3 \text{ kg}$  viene lanciato con velocità di modulo  $v_0 = 60 \text{ m/s}$  in una direzione che forma un angolo di  $\alpha = 60^\circ$  con quella orizzontale. Al vertice della parabola il proiettile si spacca istantaneamente in due frammenti; uno dei frammenti ha massa  $m_1 = 0.1 \text{ kg}$  e la sua velocità, l'istante successivo allo scoppio, ha modulo  $v_1 = 90 \text{ m/s}$  ed è diretta verticalmente verso il basso. Calcolare:

- 1) la velocità  $\vec{v}_2$  del secondo frammento subito dopo l'urto (R:  $45\hat{i} + 45\hat{j}$ );
- 2) la quota massima raggiunta dal secondo frammento (R:  $241 \text{ m}$ ).

### Esercizio 20

Un uomo ( $m = 70 \text{ kg}$ ) è in piedi al centro di una piattaforma circolare di massa  $M = 500 \text{ kg}$  e raggio  $R = 5 \text{ m}$  che ruota con velocità angolare  $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$ . Ad un certo istante l'uomo si allontana di  $d = 2 \text{ m}$  dal centro. Calcolare:

- 1) la velocità della piattaforma dopo lo spostamento;
- 2) Il lavoro che l'uomo dovrebbe fare per tornare al centro della piattaforma.

### Esercizio 21

Un astronauta di massa  $M = 100 \text{ kg}$  nello spazio deve raggiungere l'astronave che dista  $l = 10 \text{ m}$  da lui. In mano ha un frammento di asteroide di  $m = 5 \text{ kg}$  e lo lancia ad una velocità di  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ . In quale direzione deve lanciarlo per raggiungere l'astronave? In quanto tempo la può raggiungere?

### Esercizio 22

Una sbarra di lunghezza  $L = 0.1 m$  e massa  $M = 0.5 kg$  vicolata a terra in uno dei suoi estremi viene spostata di poco dalla sua posizione di equilibrio instabile (sbarra verticale) ed incomincia a cadere. Calcolare, all'istante in cui tocca terra, la velocità del suo estremo non vincolato.

### Esercizio 23

Una ruota di raggio  $R = 0.5 m$  e massa  $M = 5 kg$  rotola senza strisciare su di un piano inclinato partendo da una quota  $h_0 = 1 m$ . Giunta al termine del piano inclinato ( $h = 0 m$ ) continua a rotolare senza strisciare a terra. Calcolare la velocità del suo centro di massa durante il rotolamento orizzontale.

### Esercizio 24

Un uomo di massa  $m = 70 kg$  si trova al centro di un carrello rettangolare omogeneo di massa  $M = 50 kg$  inizialmente fermo e scorrevole senza attrito su un binario orizzontale. L'uomo si sposta, in direzione del binario, fino all'estremità del carrello che è lungo  $L = 4 m$ . Trovare lo spostamento del carrello considerando l'uomo puntiforme. (R:  $1.17 m$ )

### Esercizio 25

Una ruota di massa  $m = 5 kg$  è inizialmente in quiete alla sommità di un piano inclinato di lunghezza  $L = 10 m$  e di inclinazione  $\alpha = 30^\circ$ . Calcolare il tempo impiegato dalla ruota a percorrere il piano inclinato nel caso di totale assenza di attrito e nel caso di rotolamento puro (senza strisciare).

## Esercizi d'esame: Terzo principio

### Esercizio 1

Un proiettile cade verso terra partendo da fermo da un'altezza  $h_i = \sqrt{\xi}/4 m$ . A terra si trova una sbarra  $AB$  lunga  $\overline{AB} = 3\xi \cdot 10^{-2} m$  e di massa trascurabile. La sbarra è incernierata in un punto  $O$ , attorno al quale è libera di ruotare perpendicolarmente a terra tale che  $\overline{AO} = 2 \cdot \overline{OB}$ . All'estremità  $B$  è appoggiato un punto materiale di massa uguale al proiettile. Ad un certo istante il proiettile in caduta libera urta la sbarra nella sua estremità  $A$ , che si trova ad un'altezza  $h_A = \frac{1}{2}h_i$  da terra, e vi si conficca. In quell'istante il corpo in  $B$  viene catapultato in senso ortogonale alla sbarra. Si determini l'altezza massima della sua traiettoria. *Totale LA 19/06/2003*

## Esercizio 2

Un punto materiale di massa  $m$  nota è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa  $M_1 = 3m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0$  rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo. *Totale 28/03/2003*

## Esercizio 3

Un punto materiale  $M = 0.1\text{ kg}$  è appeso al soffitto ad un'altezza  $h$  da terra tramite una molla allungata di  $\Delta y = 10\text{ cm}$  rispetto alla lunghezza a riposo  $l_0$ . Inizialmente il punto è fermo. Ad un certo istante viene urtato, in modo totalmente anelastico ed in senso longitudinale rispetto alla direzione in cui agisce la molla, da una particella di massa  $m = 10\text{ g}$  lanciata da terra con velocità  $v_0$ . Calcolare la frequenza di oscillazione del sistema dopo l'urto. *Parziale Feb. 2003(S:  $\nu = 1.502\text{ Hz}$ )*