

Esercizi di Fisica LB: elettrostatica

Esercitazioni di Fisica LB per ingegneri - A.A. 2004-2005

Esercizio 1

Una carica puntiforme q (per semplicità si immagini che abbia un raggio ϵ molto piccolo) è situata al centro di una sfera cava conduttrice di raggio R . La sfera, inizialmente isolata, ad un certo istante viene messa a terra. Calcolare il lavoro dal campo elettrico per allontanare all'infinito la cariche in eccesso. Qual è la differenza fra l'energia totale del sistema prima della messa a terra e l'energia dello stesso qualora

- 1) venisse sostituita al centro con una sfera conduttrice con carica q e di raggio $r < R$;
- 2) venisse sostituita al centro con una sfera isolante con carica q e di raggio $r < R$.

Esercizio 2

Un condensatore piano a facce parallele ha una capacità C , nota. Sulle armature è presente una carica $\pm q$. Ad un certo istante viene introdotto in mezzo alle due facce un conduttore a forma di prisma. Il prisma ha le due basi disposte parallelamente alle facce del condensatore, di area uguale alla metà dell'area delle facce del condensatore. L'altezza del prisma è uguale alla metà della della distanza fra le facce del condensatore. Il prisma è al centro del condensatore. Calcolare il lavoro del campo elettrico quando viene inserito il prisma conduttore.

Esercizio 3

Sulle armature di due condensatori piani stanno rispettivamente le cariche $\pm q$ e $\pm 2q$. Sapendo che i due condensatori sono identici (ciascuno con capacità C) calcolare il lavoro del campo elettrico se i due condensatori vengono messi in parallelo.

Esercizio 4

Si immagini che il nucleo di un atomo di idrogeno si possa approssimare come una sferetta uniformemente carica Q di raggio $r = 10^{-10}m$ all'interno della quale possa muoversi liberamente una carica puntiforme (l'elettrone) di carica $-Q$, calcolare i livelli energetici (l'energia totale dell'elettrone) delle orbite circolari. Con quale velocità ruota l'elettrone quando il raggio dell'orbita vale $r_0 = 0.5 \cdot 10^{-10}m$. Quanta energia deve perdere (o eventualmente acquistare) per passare dallo stato in cui orbita con raggio r_0 a quello in cui oscilla intorno al centro di massa del nucleo con ampiezza r_0 ?

Esercizio 5

Rispondere alle stesse domande dell'esercizio precedente immaginando che il nucleo di un atomo si possa pensare come una carica puntiforme Q compenetrabile dall'elettrone di valenza.

Esercizio 6

Su una retta sono vincolate tre cariche: due cariche positive uguali entrambe a Q distanti d fisse, ed una terza carica positiva q libera di muoversi tra le due fisse. Calcolare la posizione di equilibrio stabile di q ed il periodo delle piccole oscillazioni.

Esercizio 7

A grande distanza da un dipolo elettrico di momento \vec{p} è libera di muoversi una carica q . Immaginando che essa passi per la direzione del dipolo con una velocità perpendicolare a \vec{p} ed uguale in modulo v_0 calcolare il raggio di curvatura della sua traiettoria in tale punto.

Esercizio 8

Nell'origine del sistema di riferimento è fissata una carica elettrica $5q$. Da grandi distanze ($r \sim \infty$) proviene una particella carica q di massa m con una velocità v_0 che punta verso Q . Qual è la distanza minima a cui riesce ad avvicinarsi la particella all'origine? Si immagini, poi che la particella abbia una direzione iniziale parallela alla precedente ma da essa distante d . Calcolare l'angolo di deflessione θ definito come l'angolo fra la direzione iniziale della particella e la sua direzione finale (ovvero una volta allontanatasi a grandi distanze dall'origine).

Esercizio 9

Calcolare il lavoro necessario ad allontanare di Δx le armature di un condensatore piano di capacità C_0 sapendo che una pila ne mantiene costante la differenza di potenziale fra le piastre durante tutto il processo. Calcolare lo stesso lavoro in assenza della pila.

Esercizio 10

Una particella di massa m , in caduta libera nel campo gravitazionale, ad un certo istante attraversa le armature di un condensatore (a facce quadrate di lato L e capacità C) la cui differenza di potenziale è uguale a ΔV . Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria all'uscita dal condensatore.

Esercizio 11

Un dipolo elettrico di momento \vec{p} è immerso in campo elettrico uniforme E_0 . Sapendo che ciascuna carica $\pm q$ che compone il dipolo pesa m calcolare la velocità angolare minima che deve avere il dipolo passando dalla sua posizione di equilibrio stabile per poter compiere rivoluzioni complete attorno al suo centro di massa.

Esercizio 12

Una carica puntiforme Q è fissata nell'origine del S.R. scelto. Un dipolo di momento \vec{p} è composto da due cariche $\pm q$ di massa uguale m è disposto in modo longitudinale rispetto alla direzione di coppia minima e punta verso l'origine. Calcolare la legge oraria per il dipolo a grandi distanze dall'origine sapendo che parte da fermo dalla distanza $r_0 \gg |p|/q$.

Esercizio 13

Una sbarretta di lunghezza $2l$ giace sull'asse z in modo simmetrico rispetto all'origine. Sapendo che essa ha una carica elettrica Q distribuita in modo uniforme, determinare il campo elettrico generato dalla stessa nel semiasse positivo z^+ con $z > l$. Determinare pure l'espressione approssimata a grande distanza dall'origine. Come si comporta il campo elettrico a tali distanze?

Esercizio 14

Calcolare l'espressione del potenziale generato a grandi distanze da un dipolo elettrico di momento $\vec{p} \equiv q \cdot \vec{d}$ essendo il dipolo elettrico definito come una coppia di cariche di segno opposto, $-q$ e $+q$, distanti d (sia in tal senso \vec{d} il vettore che congiunge le due cariche con verso da $-q$ a $+q$).

Esercizio 15

Un dipolo elettrico di momento \vec{p} è fissato nel suo centro di simmetria all'interno di un condensatore a faccie piane e parallele. Sapendo che la differenza di potenziale fra le armature del condensatore è V e che gli strati che lo compongono distano δ calcolare l'espressione del momento delle forze applicato al dipolo rispetto al suo centro di simmetria. Infine, sapendo che ciascuna delle cariche ($+q$ e $-q$) che compongono il dipolo ha massa m calcolare il periodo delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile (si immagini ovviamente che le due cariche siano vincolate fra di loro tramite una sbarretta di massa trascurabile).

Esercizio 16

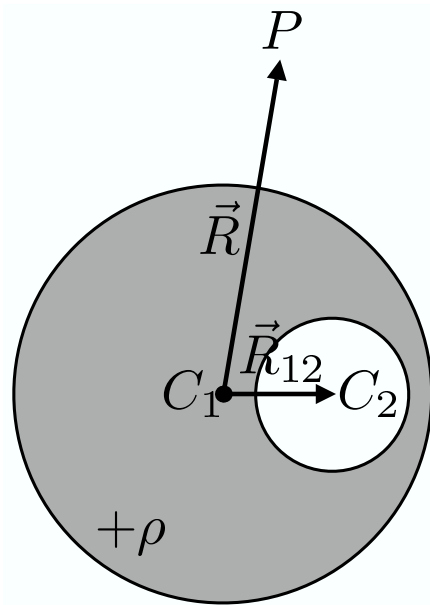
Una particella di carica q e di massa m viaggia inizialmente ad una velocità v_0 lungo l'asse x . Ad un certo istante attraversa un condensatore a faccie piane perpendicolarmente al campo elettrico da esso generato. Sapendo che le faccie del condensatore sono quadrati di lato L e che su di esse è distribuita uniformemente una carica $|Q|$, calcolare di quanto venga deflessa la traiettoria della particella all'uscita dal condensatore.

Esercizio 17

Una particella di massa m e carica $-q$ è vincolata a muoversi lungo l'asse x . La particella interagisce con una circonferenza centrata nell'origine, di carica Q e raggio R totalmente simmetrica rispetto all'asse. Calcolare l'energia potenziale della particella carica e la frequenza delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.

Esercizio 18

Una superficie sferica cava è disposta nel vuoto e su di essa è distribuita uniformemente una carica positiva $Q = 10^{-8}C$, con densità superficiale $\sigma = 2 \cdot 10^{-7}C/m^2$. Nella sfera è praticato un forellino attraverso il quale viene lanciata radialmente, dall'interno verso l'esterno, una pallina puntiforme di massa $m = 10^{-6}kg$, dotata di carica $q = -Q$. Con quale velocità v_0 iniziale minima deve essere lanciata la pallina affinché essa possa allontanarsi indefinitamente sfuggendo all'attrazione della sfera? (R: $v_0 = 5.34 m/s$)



Esercizio 19

Uno strato spesso indefinito è uniformemente carico con densità di carica ρ . Lo spessore dello strato è d . Calcolare il campo elettrico in funzione della distanza x dal piano mediano dello strato. (R: $E_{int} = \rho x / \epsilon_0$, $E_{est} = \rho d / (2\epsilon_0)$)

Esercizio 20

All'interno di un guscio cilindrico indefinito di raggio interno a e raggio esterno b è distribuita una carica elettrica con densità ρ uniforme. Calcolare l'andamento del campo elettrico in funzione della distanza r dall'asse di simmetria della distribuzione. (R: $E = 0$, $0 < r < a$, $E = \rho(r^2 - a^2) / (2\epsilon_0 r)$, $a < r < b$, $E = \rho(b^2 - a^2) / (2\epsilon_0 r)$, $r > b$)

Esercizio 21

Determinare il potenziale generato, nel vuoto, da un piano uniformemente carico con densità superficiale di carica pari σ . (R: $V(x) = -\sigma x / (2\epsilon_0)$)

Esercizio 22

In una sfera con centro C_1 uniformemente carica con densità di carica ρ è praticato un foro sferico con centro in C_2 , all'interno del quale c'è il vuoto. Siano r_1 ed r_2 rispettivamente i raggi delle due sfere e sia noto \vec{R}_{12} . Determinare il campo elettrico esterno alla sfera di centro C_1 ed il campo elettrico interno alla sfera di centro C_2 . Quanto vale il limite $\vec{R}_{12} \rightarrow 0$? (S: $\vec{E}_{est}(\vec{R}) = (4\pi\epsilon_0)^{-1}(Q_1\vec{R}/|\vec{R}|^3 - Q_2(\vec{R} - \vec{R}_{12})/|\vec{R} - \vec{R}_{12}|^3)$ con $Q_i = 4\pi r_i^3 \rho / 3$; $\vec{E}_{int}(\vec{R}) = \rho \vec{R}_{12} / (3\epsilon_0)$)

Esercizio 23

È dato il campo elettrico di potenziale $V(r) = A \exp(-\lambda r)/r$ con A e λ costanti positive. Determinare il campo elettrico corrispondente.

Esercizio 24

Due sferette metalliche, nel vuoto, hanno lo stesso raggio R , sono isolate ed entrambe sono cariche con la stessa carica Q positiva. La distanza D tra le due sferette è molto maggiore del raggio delle sferette stesse e vale $D = 50R$. Tra le due sferette, nelle condizioni descritte sopra, si esercita una forza repulsiva pari a $F = 10^{-5}N$. A partire da questa situazione iniziale una delle due sferette viene collegata a terra mediante un filo conduttore. Determinare, nella nuova configurazione, la forza fra le sferette. (R: $F_f = -2 \cdot 10^{-7}N$)

Esercizio 25

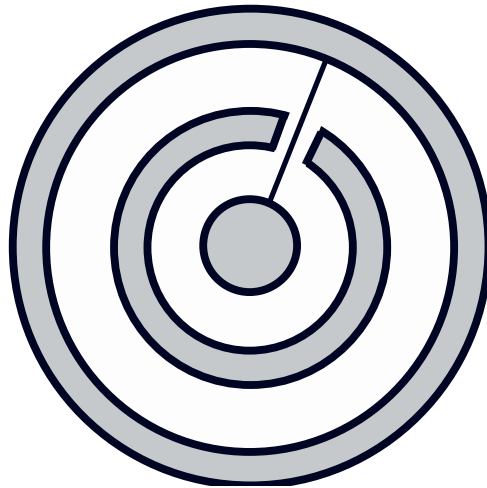
Una carica puntiforme $+Q$ è posta in vicinanza di un conduttore piano molto esteso S collegato a terra. Calcolare la densità superficiale di carica σ che si induce sul conduttore, utilizzando il metodo delle cariche immaginarie.

Esercizio 26

Calcolare il potenziale generato nello spazio vuoto da una carica puntiforme Q posta in vicinanza di una sfera conduttrice S collegata a terra (sia R il raggio della sfera e $a > R$ la distanza di Q dal centro C della sfera stessa).

Esercizio 27

Una densità lineare λ di carica è uniformemente posta su di un filo infinitamente lungo che si trova a distanza l da piano conduttore XY che è messo a terra. Calcolare il potenziale sopra il piano e la carica indotta sul piano.



Esercizi d'esame

Esercizio 1

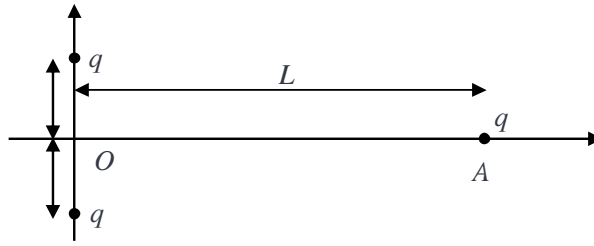
Una sfera conduttrice di raggio $r_1 = (\xi/1000) \text{ cm}$ è circondata da due gusci sferici conduttori concentrici di raggio $r_2 = 2 \text{ cm}$ e $r_3 = 4 \text{ cm}$ e spessore trascurabile (vedi figura). Il guscio sferico di raggio r_2 viene caricato con una carica $q_2 = \xi \cdot 10^{-8} \text{ C}$. La sfera di raggio r_1 e il guscio sferico di raggio r_3 vengono poi posti a contatto con un filo conduttore passante per un piccolo forellino praticato sul guscio sferico di raggio r_2 , che non tocca quest'ultimo guscio sferico. Calcolare la carica elettrica q_1 indotta sulla sfera di raggio r_1 . (Totale 01/07/2003)

Esercizio 2

Sulle 2 armature di un condensatore di capacità $C_1 = 500 \mu\text{F}$ è disposta la carica Q e $-Q$ rispettivamente, con $Q = \sqrt{\xi} \mu\text{C}$. (a) Determinare l'energia elettrostatica accumulata nel condensatore. A tale condensatore viene collegato in parallelo un secondo condensatore, inizialmente scarico, di capacità $C_2 = \mu\text{F}$. (b) Determinare la carica sulle armature del condensatore C_1 , una volta che è stata raggiunta nuovamente la condizione statica. (c) Determinare l'energia elettrostatica totale accumulata nei due condensatori nello stato finale. (Totale 01/07/2003)

Esercizio 3

Tre cariche puntiformi, $q_1 = 1 \text{ nC}$, $q_2 = 2 \text{ nC}$, $q_3 = -3\xi/1000 \text{ nC}$, sono rispettivamente disposte, in quiete, nei punti di coordinate cartesiane $P_1(1 \text{ m}, 0, 0)$, $P_2(0, 1 \text{ m}, 0)$, $P_3(0, 0, 1 \text{ m})$, in una prefissata terna cartesiana ortogonale. Calcolare l'energia potenziale del sistema costituito da queste tre cariche (presa zero l'energia potenziale corrispondente alla configurazione in cui le cariche sono infinitamente distanti l'una dall'altra). Calcolare inoltre la componente z del campo elettrico generato dal sistema nell'origine $O(0, 0, 0)$ della terna cartesiana: $E_z(0, 0, 0)$. (Totale 19/09/2003)



Esercizio 4

Una sfera conduttrice di raggio $r_1 = (\xi/1000) \text{ cm}$ è circondata da due gusci sferici conduttori concentrici di raggio $r_2 = 2 \text{ cm}$ e $r_3 = 4 \text{ cm}$ e spessore trascurabile (vedi figura). Il guscio sferico di raggio r_2 viene caricato con una carica $q_2 = \xi \text{ nC}$. La sfera di raggio r_1 e il guscio sferico di raggio r_3 vengono poi posti a contatto con un filo conduttore passante per un piccolo forellino praticato sul guscio sferico di raggio r_2 , che non tocca quest'ultimo guscio sferico. Calcolare la carica elettrica q_1 indotta sulla sfera di raggio r_1 . (Totale 19/09/2003)

Esercizio 5

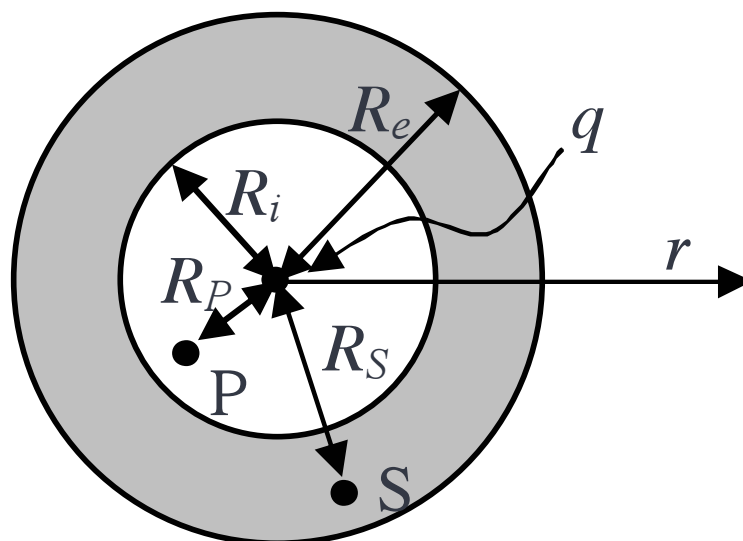
Due particelle puntiformi, di carica $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, sono mantenute in quiete a distanza $2l$ tra loro (vedi figura) con $l = 0.6 \text{ m}$. Una terza particella, anch'essa di carica $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ e avente massa $4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$, è inizialmente posta nel punto A , equidistante dalle due particelle fisse e situato alla distanza $L = (1 + \xi/10)l$ dalla retta che congiunge tali particelle. (a) Calcolare l'energia potenziale della terza particella quando essa si trova in A (presa nulla l'energia potenziale della terza particella quando essa si trova infinitamente distante dalle altre due). (b) Calcolare la velocità minima che deve avere la terza particella in A per superare il punto O . (Totale 15/12/2003)

Esercizio 6

Una carica puntiforme $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, viene posta al centro di un conduttore inizialmente scarico, a forma di guscio sferico con raggio interno $R_i = 2 \text{ cm}$ e raggio esterno $R_e = 4 \text{ cm}$ (vedi figura). Calcolare la carica Q_i distribuita sulla superficie interna del guscio, e la carica Q_e distribuita sulla superficie esterna del guscio. Calcolare inoltre la differenza di potenziale tra i punti P ed S che si trovano rispettivamente a distanza $R_P = R_i(0.5 + \xi/2000)$ e $R_S = R_i + (R_e - R_i)\xi/1000$ dal centro del guscio sferico.

Esercizio 7

Una sfera conduttrice piena di raggio r carica è collocata all'interno di una sfera conduttrice cava di raggio $R = 2r$, globalmente neutra. Le due sfere sono disposte in modo concentrico. Sapendo che il flusso del campo elettrico attraverso una superficie che contiene entrambe le sfere vale $\phi = \frac{4}{3}\pi r^2 E_0$, calcolare il lavoro del campo elettrico se, ad un certo istante, con un filo conduttore, vengono messi a contatto i due conduttori descritti sopra.



Esercizio 8

All'interno di un condensatore piano di capacità C_0 si trova un dipolo elettrico. Il dipolo compie piccole oscillazioni di una certa frequenza attorno alla posizione di equilibrio senza alterare in modo sensibile la distribuzione di carica circostante. Calcolare di quanto deve essere più grande (o più piccola) rispetto a C_0 la capacità di un secondo condensatore che, messo in parallelo al condensatore dato, fa in modo che la frequenza delle piccole oscillazioni del dipolo diventi $\frac{1}{2}$ di quella iniziale.

Esercizio 9

Si consideri un filo rettilineo di lunghezza infinita e di sezione trascurabile su cui è distribuita uniformemente una densità lineare di carica λ . Sapendo che una carica elettrica $Q = -(\xi + 1) \cdot 10^{-6} C$, di massa $m = 10^{-3} kg$, è in grado di orbitare con velocità (in modulo) pari a $v = 0.05 m/s$ su traiettorie circolari con centro sul filo e giacenti su piani ortogonali al filo stesso, calcolare λ .

Esercizio 10

Una sfera conduttrice piena di raggio $R_S = 1 m$ è situata all'interno di un guscio sferico conduttore anch'esso di con raggio interno $R_i = 2 \cdot 10^3 / (\xi + 1) R_S$ e raggio esterno $R_e = 2 R_i$. I due conduttori sono disposti in modo concentrico. Inizialmente la sfera conduttrice ha una carica $Q = (\xi + 1) \mu C$, mentre il guscio è globalmente neutro. Ad un certo istante i due conduttori vengono posti a contatto tramite un filo conduttore ed il sistema evolve quindi verso una nuova configurazione di equilibrio elettrostatico. Calcolare il lavoro L che compie il campo elettrico per fare evolvere il sistema nella configurazione finale. (Parziale 6/5/2004)