Esercizi di Cinematica

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2004-2005

Esercizio 1

Data la legge oraria: $s(t) = a\,t^3 - b\,t + c$ (con $a = 3\,ms^{-3}$, $b = 2\,ms^{-1}$, $c = 1\,m$) calcolare;

1) la posizione e la velocità all'istante iniziale ($t = 0s$);

2) a quale istante il punto materiale ha velocitá nulla.

R: $1\,m$, $-2\,m/s$, $0.47\,s$

Esercizio 2

Una macchina parte, accelera uniformemente per $20\,s$ con accelerazione costante pari a $a_0 = 0.5\,m/s^2$, quindi viaggia con velocita' costante. Calcolare quanto tempo impieghi per coprire $1\,km$. (R: $110\,s$)

Esercizio 3

Il vettore posizione in funzione del tempo di un punto materiale vincolato a muoversi su un piano é:

$$\vec{r}(t) = (At + B)\hat{i} + (Ct^3 - Dt^2)\hat{j}$$

con $B = 3\,m$, $C = 1\,m/s^3$, $D = 2\,m/s^2$. Determinare:

1) il valore di A sapendo che il modulo della velocitá al tempo iniziale $t = 0\,s$ é pari a $v_0 = 4\,m/s$;

2) i vettori velocitá e accelerazione all'istante $t = 10\,s$;

3) l'accelerazione normale (in modulo) a $t = 0\,s$ e a $t = 1\,s$.

R: $4\,m/s$, $56\,m/s^2$, $4\,m/s^2$, $1,94\,m/s^2$

Esercizio 4

Considerare il moto piano: $\vec{r}(t) = ut\,\hat{i} + A\cos\omega t\,\hat{j}$. Determinare:

1) l'equazione della traiettoria;

2) le ascisse dei punti corrispondenti al minimo della velocitá;

3) il raggio di curvatura in tali punti.

R: $y = A\cos\frac{\omega\,x}{u}$, $k\frac{u\pi}{\omega}$, $\frac{u^2}{\omega^2 A}$

Esercizio 5

Un punto materiale si muove sulla parabola $y = -Ax^2 + B$ (con $A = 2\,m^{-1}$ e $B = 50\,m$) partendo da terra ($y(0) = 0\,m$). La proiezione del moto lungo l'asse y descrive un moto uniformemente decelerato con $\vec{a} = -a_0\,\hat{j}$, $a_0 = 2\,m/s^2$. Calcolare la velocitá iniziale del corpo. (R: $12.5\,\hat{i} + 14.14\,\hat{j}$)

Esercizio 6

Un punto materiale pesante di massa $m = 1.20\,kg$ é vincolato a muoversi nel piano verticale xy lungo una guida priva di attrito. All'istante iniziale si trova nel punto di coordinate $x = 0m$, $y = 1.40\,m$ con velocitá nulla. La guida é tangente all'asse delle ordinate nel punto iniziale. La posizione della particella in funzione del tempo é data dall'espressione: $\vec{r}(t) = (A\omega t - A\sin\omega t)\hat{\imath} + (A + A\cos\omega t)\hat{\jmath}$. Calcolare:

1) il valore delle costanti A e ω;
2) la coordinata x del punto in cui la particella tocca il suolo ($y = 0\,m$), il modulo del vettore velocitá in tale punto ed il tempo necessario a raggiungerlo.

R: $0.70\,m$, $3.74\,s^{-1}$, $2.20\,m$, $5.24\,m/s$, $0.84\,s$

Esercizio 7

Un punto materiale è vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio $r = 1\,m$. Lo spostamento rispetto ad un'origine arbitraria scelta sulla traiettoria è $s(t) = At^2$ con $A = 5\,m \cdot s^{-2}$. Determinare a quale istante l'accelerazione forma un angolo di $\pi/4$ con la velocità. (R: $1/\sqrt{10}\,s$)

Esercizio 8

Un'automobile viaggia alla velocitá di $97\,km/h$. Il diametro delle ruote è pari a $76\,cm$. Determinare:

- la velocità angolare ω delle ruote;
- il periodo T e la frequenza ν di rotazione delle stesse
- il modulo dell'accelerazione a di un punto su una ruota

(R: $\omega = 70.9\,rad/s$, $T = 0.089\,s$, $\nu = 11.2\,Hz$, $a = 1910\,m/s^2$)

Esercizio 9

Il vettore posizione di un moto vario è $\vec{r}(t) = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$ con $x = a\,\cosh\omega t$ e $y = b\,\sinh\omega t$. Determinare l'equazione della traiettoria $f(x, y) = 0$.

Esercizio 10

Un aeroplano che viaggia con una velocità di $800\,km/h$ ad un certo istante vira per invertire la rotta. Sapendo che la traiettoria descritta durante la virata è quella di una semicirconferenza e che il pilota, durante la manovra, è sottoposto ad un'accelerazione di $5g$ determinare quanto impiega per completare l'inversione (R: $14.23\,s$).

Esercizio 11

Un punto materiale è vincolato a muoversi su una guida rettilinea che ha un estremo incernierato nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano. Il moto del punto sulla guida (e relativamente ad essa) è uniforme (velocità costante v_n nella direzione della guida) mentre la guida ruota con velocità angolare costante ω introno all'origine. Sapendo che all'istante $t = 0$ il punto materiale si trova nell'origine e la guida è disposta sull'asse positivo delle ascisse determinare la legge oraria del punto materiale in forma cartesiana. Determinare infine l'equazione che esprime il vincolo necessario affinchè ad un certo istante la componente lungo $\hat{j}$ dell'accelerazione del punto sia nulla.

Esercizi d'esame - avanzati

Esercizio 1

Un punto materiale, sul piano cartesiano, segue la traiettoria $y = Ax + B$ con $A = 5$ e $B = -2\,m$. Sapendo che la legge oraria espressa come spostamento sulla traiettoria in funzione del tempo (nel semipiano delle ascisse positive)é $s(t) = kt^2$ con $k = 2\,m/s^2$ e avendo scelto $s(0) = 0$ in corrispondenza del punto $P : (0, B)$ determinare la legge oraria in forma cartesiana.
(*Parziale 07/02/2003* R:$\vec{r}(t) = 0.392\,t^2\,\hat{\imath} + (1.961\,t^2 - 2)\hat{\jmath}$)

Esercizio 2

Un punto materiale si muove con un'accelerazione $\vec{a}(t) = A\exp(-kt)\hat{\imath} + B\hat{\jmath}$ essendo $A = -2\,m/s^2$, $k = 1\,s^{-1}$, $B = -9.8\,m/s^2$. Determinare l'equazione della traiettoria sapendo che il corpo parte con velocitá $\vec{v}(0) = (2\hat{\imath})m/s$ dal punto $\vec{r}(0) = 1000\hat{\jmath}\,m$. Determinare inoltre il raggio di curvatura a $t = 0$.
(*Parziale 07/02/2003* R1: $y = -4.9\left[\ln\left(1 - 0.5\,x\right)\right]^2 + 1000$, R2: $R = 4.082\,10^{-1}m$)

Esercizio 3

Un punto materiale è vincolato a muoversi senza attrito lungo una guida rettilinea. Al tempo $t = 0$ il punto materiale si trova in quiete nell'origine scelta. Se il punto accelera con accelerazione $a(t) = kt$, dove $k = 2\,m/s^2$, trovare la velocità e lo spazio percorso in funzione del tempo.
(*Parziale 07/02/2003* R1: $v(t) = t^2\,m/s$, R2: $s(t) = 1/3\,t^3\,m$)

Esercizio 4

Un punto materiale si muove su di una traiettoria circolare di raggio $r = 2\,m$ con la legge oraria $s(t) = kt^2$, con $k = 2\,m/s^2$. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione in funzione del tempo.
(*Parziale 07/02/2003* R1: $a_t = 4\,m/s^2$, R2: $a_n = 8t^2\,m/s^2$)

Esercizio 5

Le equazioni parametriche cartesiane del moto di un punto materiale sono: $x = k_1 - k_2\cos\omega t$, $y = k_3 + k_4\sin\omega t$, con $k_1 = 2\,m$, $k_2 = 3\,m$, $k_3 = 4\,m$, $k_4 = 5\,m$, $\omega = 10\,s^{-1}$. Determinare

l'equazione della traiettoria.
(*Totale 28/03/2003* R: $k_4^2(x-k_1)^2 + k_2^2(y-k_3)^2 = k_2^2 k_4^2$)

Esercizio 6

Il moto di un punto materiale vincolato su un piano verticale xy é descritto dall'equazione $\vec{r}(t) = \{R[\cos(\alpha_0 - \omega\, t) + \omega\, t] + x_0\}\,\hat{i} + R[\sin(\alpha_0 - \omega\, t) + 1]\,\hat{j}$ in cui $R = \sqrt{\xi}\, m$ e $\omega = \frac{10\,\pi}{\xi}\, s^{-1}$. Calcolare:

1) le costanti α_0 ed x_0 in modo che a $t = \xi/20\, s$ il punto passi per l'origine;

2) il raggio di curvatura della traiettoria nell'istante in cui é massima la distanza del punto dalla retta $y = 0\, m$.

(*Totale 19/06/2003* R1: $\alpha_0 = 2(k+1)\pi$, R2: $x_0 = -\pi\sqrt{\xi}/2$, R3: $r_c = 4\sqrt{xi}$)

Esercizio 7

Il moto di un punto materiale é descritto dall'equazione $y = a\, x^2$. Sapendo che il punto materiale parte da $P(-2\, m, 4a\, m)$ con una velocitá, in modulo, pari a $v_0 = \frac{\xi}{100}\, m/s$ e che il raggio di curvatura della traiettoria, nel punto $x = 0$, é uguale a $R = \sqrt{\xi}\, m$ calcolare a e la componente della velocitá del punto lungo x.
(*Totale 01/07/2003* R1: $a = 1/2\sqrt{\xi}$, R2: $v_x = \sqrt{\xi^3 \cdot 10^{-4}/(\xi+4)}$)

Esercizio 8

Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità $v_0 = 100\, m/s$, a un angolo di $\theta = (9\xi/100)^\circ$ rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.
(*Totale 19/09/2003* R1: $r_c = v_0^2/[g\sin(9\xi/100)]$)

Esercizio 9

Le equazioni del moto in forma cartesiana per un proiettile sono date da $\ddot{x} = -k\dot{x}$ e $\ddot{y} = -g$ essendo $k = \xi \cdot 10^{-4}\, s^{-1}$ e g l'accelerazione di gravitá. Sapendo che il proiettile parte dal suolo ($x(0) = 0\, m$ ed $y(0) = 0\, m$) con una velocitá in modulo pari a $v_0 = 10\sqrt{2}\, m/s$ inclinata di 45° rispetto a terra scrivere l'equazione della traiettoria in forma implicita e determinare il raggio di curvatura della stessa nel punto di massima distanza da terra.
(*Totale 15/12/2003* R1: $y = -g/2k^2 \ln^2(1 - kx/\alpha) - \alpha/k \ln(1 - kx/\alpha)$, R2: $r_c = \alpha^2 \exp(-2k\alpha/g)/g$)