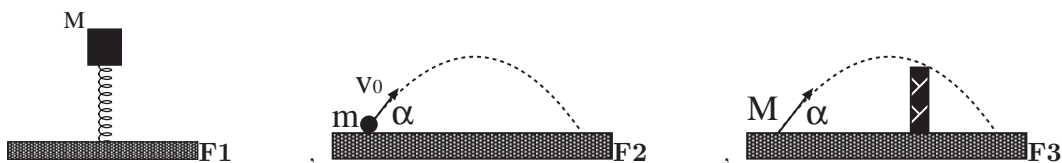


# Esercizi di dinamica del punto materiale

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2007-2008



## Esercizio 1

Un blocco di massa  $M = 1.20 \text{ kg}$  (figura **F1**) si trova in equilibrio appoggiato su una molla verticale, lineare ( $k = 50 \text{ N/m}$ ).

- 1) Calcolare di quanto è accorciata la molla rispetto alla sua lunghezza a riposo;
- 2) calcolare di quanto può essere, ulteriormente ed al massimo, compressa la molla affinché il blocco, lasciato libero, non si stacchi dalla molla;
- 3) Calcolare la velocità con cui la massa transita per la posizione iniziale e il periodo di oscillazione.

(Ris:  $0.235 \text{ m}$ ,  $0.235 \text{ m}$ ,  $1.52 \text{ m/s}$ ,  $0.973 \text{ s}$ )

## Esercizio 2

Un proiettile di massa  $m = 0.6 \text{ kg}$  (figura **F2**) è lanciato con velocità iniziale di modulo  $v_0 = 40 \text{ m/s}$  ed angolo di lancio  $\alpha = 60^\circ$  rispetto al suolo; si assuma un sistema di riferimento con origine nel punto di lancio, asse  $x$  orizzontale ed asse  $y$  verticale; il vettore velocità iniziale sia nel piano  $xy$ . Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

- 1) a quale istante il proiettile tocca il suolo e il vettore quantità di moto a detto istante;
- 2) le coordinate del proiettile a  $2/3$  del tempo calcolato nel primo quesito;
- 3) il vettore momento della quantità di moto, rispetto all'origine, nella posizione calcolata nel secondo quesito.

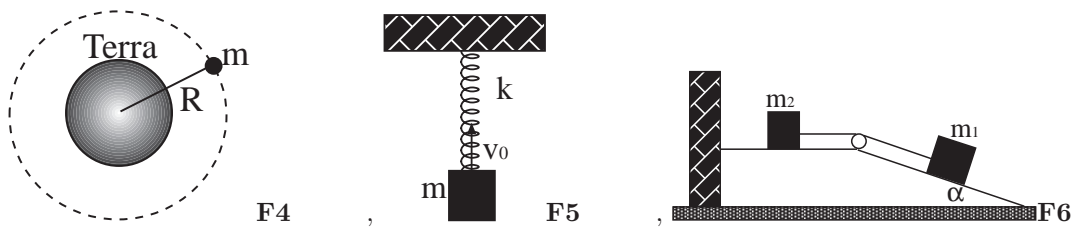
(Ris:  $7.07 \text{ s}$ ,  $(12\hat{i} - 20.8\hat{j}) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ,  $94.3 \text{ m}$ ,  $54.4 \text{ m}$ ,  $1306 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \hat{k}$ )

## Esercizio 3

Un oggetto di massa  $M = 0.4 \text{ kg}$  (figura **F3**) deve essere lanciato al di là di un muro distante  $d = 25 \text{ m}$  ed alto  $h = 15 \text{ m}$ . Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

- 1) la minima velocità a cui deve essere lanciato l'oggetto se l'angolo di lancio è  $\alpha = 60^\circ$ ;
- 2) il modulo del vettore momento della quantità di moto dell'oggetto rispetto al punto di lancio nell'istante in cui supera il muro.

(Ris:  $20.8 \text{ m/s}$ ,  $118 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ )



#### Esercizio 4

Una giostra con i cavalli per bambini ruota, a regime, con velocità angolare  $\omega = 0.2 \text{ rad/s}$ . Sapendo che i cavalli pesano  $M = 30 \text{ kg}$  e distano  $r = 5 \text{ m}$  dal centro della giostra, e che la struttura è stata concepita per bambini di, al massimo,  $m = 25 \text{ kg}$ , calcolare lo sforzo che i supporti dei cavalli devono essere in grado di sostenere perchè la giostra sia sicura.

#### Esercizio 5

Un satellite artificiale di massa  $m = 5 \cdot 10^4 \text{ kg}$  (figura **F4**) è in orbita circolare attorno alla Terra ad una distanza dal suo centro pari a  $R = 8 \cdot 10^3 \text{ km}$ . Calcolare la velocità  $v$  del satellite sapendo che la massa della terra è approssimativamente uguale ad  $M \sim 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

(Ris:  $v = 1.417 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ )

#### Esercizio 6

Una particella di massa  $m = 0.4 \text{ kg}$  è vincolata a muoversi senza attrito lungo l'asse  $x$ . Sapendo che è soggetta ad una forza che dipende dalla posizione  $F(x) = -2 \cdot a \cdot x - b$  con  $a = 0.2 \text{ J/m}^2$  e  $b = 0.1 \text{ J/m}$  calcolare:

- 1) l'espressione dell'accelerazione in funzione di  $x$  ed il punto  $x_0$  in cui essa è nulla;
- 2) la distanza massima dall'origine se la particella transita per il punto  $x_0$  con la velocità  $v_0 = 1.5 \text{ m/s}$ ;
- 3) il tempo impiegato per passare dal punto  $x_0$  a tale distanza massima.

#### Esercizio 7

Una particella di massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  può muoversi nel piano  $xy$  soggetta ad un campo di forze  $\vec{F}(x, y) = 2 \cdot a(x_0 - x)\hat{i} + 2 \cdot a(y_0 - y)\hat{j}$  con  $a = 10 \text{ J/m}^2$ ,  $x_0 = 0.5 \text{ m}$ ,  $y_0 = 1 \text{ m}$ . Calcolare:

- 1) le coordinate del piano in cui la forza si annulla;
- 2) se la particella è lanciata a  $t = 0$  dall'origine del sistema di riferimento con velocità  $\vec{v}_0 = 1\hat{i} \text{ m/s}$  determinare la legge oraria del vettore posizione  $\vec{r}(t)$  e calcolare dopo quanto tempo ripassa per l'origine.

### Esercizio 8

Una molla di costante elastica  $k = 10 \text{ N/m}$  (figura **F5**) è appesa verticalmente e sostiene una massa  $M = 0.5 \text{ kg}$ . Il sistema è in equilibrio. Ad un certo istante viene impartita una velocità  $v_0 = 1.1 \text{ m/s}$  verso l'alto. Determinare:

- 1) la funzione  $z = z(t)$  che descrive il moto della massa essendo  $z(0) = 0 \text{ m}$ ;
- 2) il periodo di oscillazione.

(Ris:  $z(t) = v_0 \sqrt{M/k} \cos(\sqrt{k/mt})$ ,  $T = 2\pi \sqrt{m/k}$ )

### Esercizio 9

Un punto materiale  $m = 0.5 \text{ kg}$ , inizialmente in quiete, scivola su un piano inclinato di  $\theta = 15^\circ$ . L'effetto dell'attrito del piano è schematizzato con una forza resistente proporzionale alla velocità (costante di proporzionalità  $k = 0.25 \text{ N} \cdot (\text{m/s})^{-1}$ ). Calcolare:

- 1) la velocità del blocco in funzione del tempo;
- 2) il tempo necessario affinché il corpo raggiunga una velocità pari ai 95/100 della velocità limite.

### Esercizio 10

Due pianeti di massa uguale orbitano attorno ad una stella di massa molto più grande. Il pianeta  $m_1$  si muove su di un'orbita circolare di raggio  $r_1 = 10^8 \text{ km}$  ed ha un periodo  $T_1 = 2 \text{ anni}$ . Il pianeta  $m_2$  si muove su un'orbita ellittica con una distanza di massimo avvicinamento pari a  $r_{min} = 1.2 \cdot 10^8 \text{ km}$  ed una di massimo allontanamento pari a  $r_{max} = 1.8 \cdot 10^8 \text{ km}$ . Calcolare:

- 1) la massa  $M$  della stella centrale;
- 2) il periodo  $T_2$  di  $m_2$ .

(Ris:  $M = (2\pi/T_1)^2 r_1^3/\gamma$ ,  $T_2 = (r_{min} + r_{max})^{3/2}/(2r_1)^{3/2}T_1$ )

### Esercizio 11

Un blocco è vincolato da un filo inestensibile e di massa trascurabile a percorrere su un piano orizzontale una traiettoria di raggio  $R = 1 \text{ m}$ . L'attrito dinamico con la superficie di appoggio ha coefficiente  $\mu = 0.2$ . All'istante iniziale la velocità del blocco (nel S.R. che ha origine nel centro della traiettoria) è  $\vec{v}_0 = 8\hat{i} \text{ m/s}$ . Calcolare:

- 1) il vettore accelerazione quando il blocco ripassa per la prima volta per il punto di lancio;
- 2) il numero di giri compiuti dal blocco al momento in cui si arresta.

(Ris:  $(-39.4\hat{i} - 1.96\hat{j})\text{m/s}^2$ , 2.6)

### Esercizio 12

Una massa  $m = 1.8 \text{ kg}$ , attaccata ad una molla ( $k = 75 \text{ N/m}$ ), è spostata dalla posizione di equilibrio di  $\Delta x = 0.35 \text{ m}$  e lasciata quindi libera con velocità iniziale nulla. Calcolare:

- 1) la massima velocità raggiunta dalla massa nel suo moto;
- 2) la frequenza di oscillazione;
- 3) il tempo necessario a percorrere il primo tratto di  $d = 0.25 \text{ m}$ .

(Ris:  $2.26 \text{ m/s}$ ,  $1.03 \text{ Hz}$ ,  $0.199 \text{ s}$ )

### Esercizio 13

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa  $m = 2 \text{ kg}$  è appoggiato ad un piano inclinato rispetto a terra di  $\theta = 30^\circ$  e lungo  $d = 2 \text{ m}$ . Alle due estremità di tale piano sono fissate due molle ciascuna di lunghezza a riposo pari a  $l = 1 \text{ m}$ . Le due molle sono pure fissate al corpo alla loro estremità libera. Sia  $k_1 = 20 \text{ N/m}$  la costante elastica della molla fissata a terra e sia  $k_2 = 30 \text{ N/m}$  la costante elastica della molla fissata in cima al piano inclinato. Sapendo che il corpo è lasciato libero di muoversi ad un certo istante nel punto centrale del piano calcolare la dipendenza della proiezione del suo moto sul terreno dal tempo.

### Esercizio 14

Calcolare, in prima approssimazione, la massa della terra sapendo che bisogna percorrere  $40 \cdot 10^3 \text{ km}$  per compiere un giro della stessa.

### Esercizio 15

Due corpi (figura **F6**) sono uniti da un cavo inestensibile e di massa trascurabile. Il corpo  $m_1 = 5 \text{ kg}$  giace su di un piano inclinato di  $\alpha = 45^\circ$  rispetto a terra, il corpo  $m_2 = 2 \text{ kg}$  giace su un piano orizzontale che inizia al termine del piano inclinato (e non è il piano di terra). Calcolare il tempo necessario  $\Delta T$  perchè il sistema si sposti di  $d = 5 \text{ m}$ , immaginando che la configurazione sia tale che le forze in gioco non cambino durante questo spostamento e che il sistema sia in quiete a  $t = 0$ .

(Ris:  $\Delta T = 1.004 \text{ s}$ )

### Esercizio 16

Un corpo si muove di moto uniformemente accelerato su una circonferenza a causa di un cavo inestensibile, di massa trascurabile che vincola al centro di rotazione. Sapendo che il carico che il cavo è in grado di sopportare è  $T = 20 \text{ N}$  calcolare quanto tempo trascorre dalla partenza del corpo all'istante della rottura.

### Esercizio 17

Un corpo viene lanciato da terra con velocità in modulo pari  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ; calcolare, senza trascurare l'attrito dell'aria (forza resistente proporzionale alla velocità con costante  $k = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ ) l'angolo  $\alpha$  di lancio per cui è massima la gittata.

### Esercizio 18

Un blocco del peso di  $m = 40 \text{ kg}$  scivola su una superficie ruvida orizzontale. Per effetto dell'attrito esso rallenta in maniera uniforme e, partendo da una velocità iniziale  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ , si arresta dopo aver percorso  $\Delta l = 40 \text{ m}$ . Qual è stato il valore (in modulo) della forza di attrito  $F_a$ ? È possibile, inclinando opportunamente il piano, rendere il moto uniforme? Se si determinare l'angolo  $\alpha$  che detto piano deve formare con la terra per determinare queste condizioni.

(Ris:  $F_a = 200 \text{ N}$ ,  $\alpha = 27^\circ$ )

### Esercizio 19

L'accelerazione di gravità sulla superficie di Marte vale  $g_m = 3.62 \text{ m/s}^2$ . Quanto peserebbe su Marte una persona che pesa sulla terra  $800 \text{ N}$ ?

(Ris:  $295.5 \text{ N}$ )

### Esercizio 20

Un ascensore di massa pari ad  $M = 900 \text{ kg}$  ha un'accelerazione verso l'alto di  $3 \text{ m/s}^2$ . Quanto vale la tensione del cavo che sorregge e solleva l'ascensore? Se la tensione massima che detto cavo può sopportare è pari a  $T_M = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$  determinarne la capienza massima calcolata per uomini del peso di  $80 \text{ kg}$ .

(Ris:  $T = 1.15 \cdot 10^4 \text{ N}$ , capienza 8 persone)

### Esercizio 21

Un corpo di massa  $m = 1.5 \text{ kg}$  viene lanciato da terra con una velocità iniziale  $v_0 = 30 \text{ m/s}$  lungo un piano, inclinato di  $\theta = 35^\circ$  rispetto al suolo. Supponendo che il piano presenti un coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.25$ , calcolare l'altezza massima raggiunta dal corpo ed il tempo impiegato per raggiungere tale altezza.

(Ris:  $h = 33.8 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 3.92 \text{ s}$ )

### Esercizio 22

Un proiettile di  $15 \text{ g}$  che viaggia alla velocità di  $2000 \text{ km/h}$  si conficca in un blocco di legno penetrando nel legno per  $\Delta l = 17 \text{ cm}$ . Supponendo che la forza frenante del legno sia costante determinare la decelerazione del proiettile nel legno e la forza frenante.

(Ris:  $a = -9.07 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$ ,  $F = 1.36 \cdot 10^4 \text{ N}$ )

### Esercizio 23

Un corpo di massa  $m = 1 \text{ kg}$  è appoggiato ad una molla (costante elastica  $k = 50 \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $l_0 = 1 \text{ m}$ ) fissata a terra e disposta in senso verticale. Il sistema è all'equilibrio: la molla

è deformata rispetto alla sua lunghezza a riposo sia a causa della massa che per l'effetto di una ulteriore forza esterna che agisce nello stesso verso della forza peso. Sapendo che le deformazioni dovute ai due effetti sono la prima uguale alla metà della seconda, calcolare la quota massima che può raggiungere la massa (trascurare qualsiasi forma di attrito) una volta che viene a mancare la forza esterna stabilizzante.

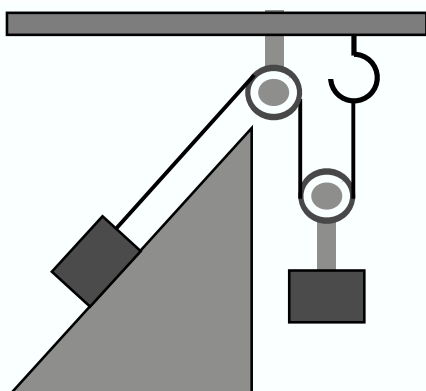
(Ris:1.018 m)

### Esercizio 24

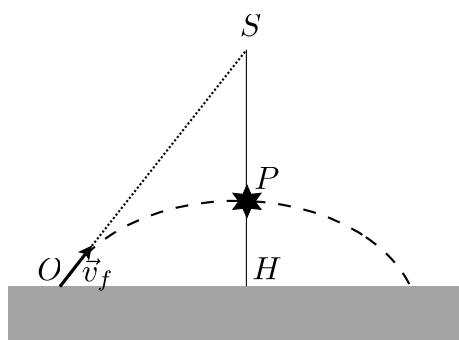
Considerare il sistema di carrucole della figura **F7**. Determinare il rapporto fra le masse  $m/M$  in cui  $m$  è la massa del corpo appoggiato sul piano inclinato (trascurarne l'attrito) ed  $M$  è quella appesa alla carrucola più grande in modo che, se  $\theta = \pi/3$  è l'angolo che forma il piano inclinato con la terra, il sistema acceleri nel verso discendente del piano inclinato con accelerazione pari ad  $\alpha g$ . Esiste un valore massimo per  $\alpha$ ? Determinare inoltre lo stesso rapporto nel caso in cui il sistema acceleri in senso opposto con accelerazione uguale in modulo alla precedente. Infine determinare le tensioni in gioco e e la reazione vincolare totale del soffitto in entrambi i casi.

### Esercizio 25

Un cacciatore posto in  $O$  (vedi figura **F8**) lancia una freccia  $f$  puntando una scimmia sopra un albero posta in  $S$  ed inizialmente ferma. La scimmia intuisce l'intenzione del cacciatore e nell'istante in cui parte la freccia si lascia cadere. Se  $|S - H| = h$  e  $|P - H| = d$ , verificare se il cacciatore riesce comunque a colpire la scimmia e con quale velocità, al minimo, deve essere scagliata la freccia affinché ciò accada.



**F7**,



**F8**

## Esercizi d'esame

### Esercizio 1

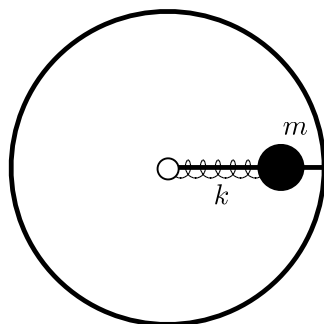
Calcolare il periodo  $T$  di rivoluzione attorno alla Terra (raggio terrestre  $R_t = 6380 \text{ km}$ ) di un satellite artificiale che si muove su di un'orbita circolare a una quota (rispetto alla superficie terrestre) pari a metà della quota dell'orbita geostazionaria (orbita sulla quale un satellite si trova in quiete rispetto alla superficie terrestre).

(Totale 28/03/2003; Ris:  $T = 0.44$  giorni)

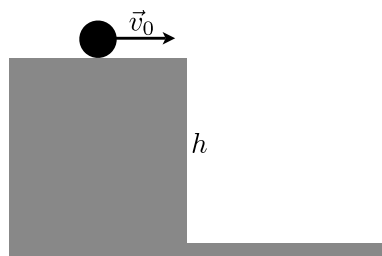
### Esercizio 2

Calcolare la quota  $h_{GS}$ , rispetto a terra, di un satellite geostazionario nella ipotesi che questo compia una traiettoria perfettamente circolare attorno alla terra.

(Bologna C1 - 21/03/2006; Ris:  $h_{GS} = 36 \cdot 10^3 \text{ km}$ )



F9,



F10

### Esercizio 3

Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega$  attorno ad un asse normale passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale scorre una massa puntiforme  $m$  a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo  $L$  (vedere figura F9). Determinare la posizione di equilibrio della massa.

(Bologna C1 - 21/03/2006; Ris: distanza dal centro =  $kL/(k - m\omega^2)$ )

### Esercizio 4

Sapendo che  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$  e che la luna impiega 28 giorni a compiere un giro completo intorno alla terra, calcolare la velocità  $v_l$  della luna lungo la sua orbita nel caso che questa sia perfettamente circolare.

(Bologna C2 - 21/03/2006, Ris:  $v_l = 1011 \text{ m/s}$ )

### Esercizio 5

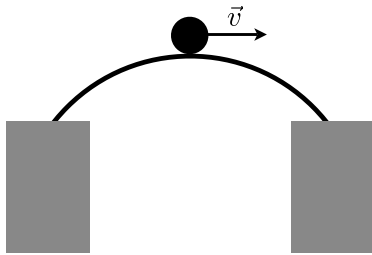
Determinare la relazione tra  $\vec{v}_0$  ed  $h$  affinché il punto materiale (figura **F10**) raggiunga il suolo con una velocità inclinata di un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla perpendicolare.

(Bologna C2 - 21/03/2006, Ris:  $v_0^2/h = 2g/3$ )

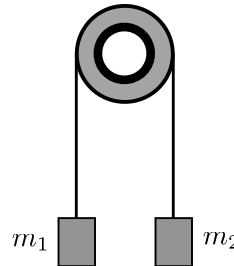
### Esercizio 6

Un punto materiale di massa  $m$  è trattenuto su di una traiettoria circolare di raggio  $R$  da un filo inestensibile avente carico di rottura  $f_0$ . Calcolare dopo quanto tempo si rompe il filo nella ipotesi che il modulo della velocità vari con il tempo secondo la legge  $v = \alpha t$ .

(Bologna C2 - 28/06/2005, Ris:  $\Delta t = \frac{Rf_0}{m\alpha^2}$ )



**F11,**



**F12**

### Esercizio 7

Uno sciatore avente massa inerziale  $m = 80 \text{ kg}$  si trova fermo nel punto di mezzo di un ponte avente raggio di curvatura  $\rho = 30 \text{ m}$ . Determinare la reazione vincolare  $R_0$  che deve fornire il ponte. Determinare la reazione vincolare  $R$  che deve fornire il ponte quando lo sciatore transita per il suo punto di mezzo con velocità di modulo  $v = 54 \text{ km/h}$  (vedere figura **F11**).

(Bologna C1 - 12/04/2005, Ris:  $R_0 = 784.8 \text{ N}$ ,  $R = 184.8 \text{ N}$ )

### Esercizio 8

Un proiettile viene sparato con una velocità di modulo pari a  $300 \text{ m/s}$  lungo una direzione inclinata di  $30^\circ$  rispetto al suolo. Calcolare il tempo  $t_M$  necessario affinché il proiettile raggiunga la massima quota  $h_M$ . Calcolare tale quota.



(Bologna C1 - 12/04/2005, Ris:  $t_M = 15.3 \text{ s}$ ,  $h_M = 1146.8 \text{ m}$ )

### Esercizio 9

Di quale percentuale varia l'accelerazione di gravità quando ci si sposta dal livello della superficie terrestre ad un'altitudine pari a un centesimo del raggio terrestre?

(Bologna C1 - 12/09/2005, Ris: 2%)

### Esercizio 10

Due masse (figura **F12**) sono collegate da una funicella inestensibile di massa trascurabile libera di scorrere senza attrito nella scanalatura di una carrucola. Nell'ipotesi che sia  $m_1 = 5 \text{ kg}$  determinare il valore di  $m_2$  affinché questa cada con un'accelerazione pari ad  $g/6$ .

(Bologna C1 - 24/07/2006, Ris:  $m_2 = 7 \text{ kg}$ )