

Esercizi Terzo Principio della Dinamica

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2007-2008

Esercizio 1

Una ruota di massa $m = 5 \text{ kg}$ (modellare la ruota come un disco) è inizialmente in quiete alla sommità di un piano inclinato di lunghezza $L = 10 \text{ m}$ e di inclinazione $\alpha = 30^\circ$. Calcolare il tempo impiegato dalla ruota a percorrere il piano inclinato nel caso di totale assenza di attrito e nel caso di rotolamento puro (senza strisciare).

Esercizio 2

Una palla da biliardo di raggio $R = 5 \text{ cm}$ è in quiete sul piano del tavolo da gioco. Ad un certo istante le viene impressa, da una forza impulsiva centrale, un'velocità iniziale $v_0 = 0.5 \text{ m/s}$. Si calcoli l'istante in cui il moto della palla diventa di puro rotolamento. Qual è la velocità della palla da quell'istante?

Esercizio 3

Un'asta omogenea di massa $m = 0.5 \text{ kg}$ e lunghezza $l = 1 \text{ m}$ reca agli estremi due masse puntiformi $m_1 = 0.2 \text{ kg}$ ed $m_2 = 0.3 \text{ kg}$. L'asta è posta in rotazione con velocità angolare ω_0 costante attorno ad un asse, ad essa ortogonale, passante per il punto a distanza x da m_1 . Sapendo che il sistema è soggetto ad una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di x affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

Esercizio 4

Un disco omogeneo di massa $M = 4 \text{ kg}$ e raggio R è libero di ruotare senza attrito attorno al suo asse di simmetria (perpendicolare al piano del disco e disposto orizzontalmente). Lungo il suo bordo è avvolto, in modo che non possa slittare, un filo ideale alla cui estremità è fissata una massa $m = 2 \text{ kg}$. All'istante iniziale il disco è fermo; quindi viene lasciato libero e la massa scende verso terra facendolo ruotare. Determinare la sua velocità angolare dopo $\Delta t = 2 \text{ s}$.

Esercizio 5

Un disco omogeneo di massa m e raggio R viene fatto rotolare lungo un piano inclinato. Determinare il massimo angolo θ di inclinazione del piano oltre il quale il moto non è più di puro rotolamento sapendo che il coefficiente di attrito statico è $\mu_s = 0.5$.

Esercizio 6

Due astronauti di massa ciascuno pari a $M = 90 \text{ kg}$ escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo $L = 20 \text{ m}$. Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni $T = 10 \text{ s}$. Calcolare:

- 1) la tensione a cui è sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sè il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano $d = 5 \text{ m}$;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

Esercizio 7

Una ruota di massa $m = 5 \text{ kg}$ e raggio $R = 0.5 \text{ m}$ rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Il suo centro di massa si muove con velocità pari a $v_0 = 1 \text{ m/s}$. Ad un certo istante incontra un piano inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto a terra. Calcolare quanto spazio percorre in salita prima di invertire il moto.

Esercizio 8

Una particella di massa $m = 0.1 \text{ kg}$ viene sparata da terra con un angolo di lancio di $\theta = 60^\circ$ e una velocità in modulo pari a $v_0 = 5 \text{ m/s}$. Nel punto più alto della traiettoria essa esplode, dividendosi in due particelle uguali. Sapendo che la particella m_1 , immediatamente dopo l'urto viaggia con una velocità pari a $\vec{v}_1 = 2\hat{j} \text{ m/s}$ calcolare con quale velocità tocca terra la particella m_2 .

Esercizio 9

Una sbarra di lunghezza $l = 1 \text{ m}$ e massa $M = 0.5 \text{ kg}$ è vincolata in modo tale da poter ruotare solo attorno al suo centro di massa. Inizialmente essa è in quiete. Ad un certo istante essa viene urtata perpendicolarmente in uno dei suoi estremi da un proiettile di massa $m = 0.1 \text{ kg}$ e velocità $v = 2 \text{ m/s}$ che si conficca nella sbarra. A quale velocità angolare ruota tutto il sistema dopo l'urto?

Esercizio 10

Calcolare il momento di inerzia di una sbarra di lunghezza $l = 2 \text{ m}$ e $m = 0.5 \text{ kg}$ vincolata a muoversi attorno ad un asse perpendicolare alla stessa, fissato ad uno dei suoi due estremi. Calcolare, inoltre, il rapporto fra tale momento di inerzia e quello della stessa sbarra fissato l'asse di rotazione parallelamente al precedente e passante per il suo centro di massa.

Esercizio 11

Una sbarretta uniforme di lunghezza $l = 0.5\text{ m}$ e di massa $m = 0.2\text{ kg}$ è appoggiata ad un piano orizzontale ed è vincolata nel suo centro di massa ad un asse di rotazione perpendicolare al piano stesso. Ad un certo istante la sbarra ruota attorno a tale asse con velocità angolare pari a $\omega_0 = 0.8\text{ rad/s}$. Sapendo che la rotazione è frenata da una forza di attrito dinamico ($\mu = 0.1$) calcolare come varia il momento angolare totale del sistema in funzione del tempo. Quanto impiega a fermarsi la sbarretta?

Esercizio 12

Un cilindro omogeneo di massa $M = 10\text{ kg}$ e raggio di base $R = 0.1\text{ m}$ ruota attorno all'asse di simmetria con velocità angolare $\omega_0 = 6\text{ rad/s}$. Istantaneamente si libera il cilindro da questo asse di rotazione e lo si fissa ad un altro asse parallelo a quello iniziale ma tangente al cilindro. Calcolare la velocità angolare dopo lo scambio.

Esercizio 13

Un disco omogeneo di massa $M = 4\text{ kg}$ e raggio $R = 0.5\text{ m}$ ruota ($\omega_0 = 20\text{ rad/s}$) attorno ad un asse fisso passante per il suo centro e perpendicolare alla superficie del disco. Tangenzialmente al bordo del disco viene applicata una forza frenante di modulo $F = 4\text{ N}$ per un tempo $\Delta t = 3\text{ s}$. Trascurando gli attriti, calcolare:

- 1) la velocità angolare finale (R: 8 rad/s);
- 2) la variazione dell'energia cinetica (R: -84 J);
- 3) il numero di giri compiuti nel tempo Δt (R: 6.7)

Esercizio 14

Un proiettile di massa $M = 0.3\text{ kg}$ viene lanciato con velocità di modulo $v_0 = 60\text{ m/s}$ in una direzione che forma un angolo di $\alpha = 60^\circ$ con quella orizzontale. Al vertice della parabola il proiettile si spacca istantaneamente in due frammenti; uno dei frammenti ha massa $m_1 = 0.1\text{ kg}$ e la sua velocità, l'istante successivo allo scoppio, ha modulo $v_1 = 90\text{ m/s}$ ed è diretta verticalmente verso il basso. Calcolare:

- 1) la velocità \vec{v}_2 del secondo frammento subito dopo l'urto (R: $45\hat{i} + 45\hat{j}$);
- 2) la quota massima raggiunta dal secondo frammento (R: 241 m).

Esercizio 15

Un uomo ($m = 70 \text{ kg}$) è in piedi al centro di una piattaforma circolare di massa $M = 500 \text{ kg}$ e raggio $R = 5 \text{ m}$ che ruota con velocità angolare $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$. Ad un certo istante l'uomo si allontana di $d = 2 \text{ m}$ dal centro. Calcolare:

- 1) la velocità della piattaforma dopo lo spostamento;
- 2) Il lavoro che l'uomo dovrebbe fare per tornare al centro della piattaforma.

Esercizio 16

Un astronauta di massa $M = 100 \text{ kg}$ nello spazio deve raggiungere l'astronave che dista $l = 10 \text{ m}$ da lui. In mano ha un frammento di asteroide di $m = 5 \text{ kg}$ e lo lancia ad una velocità di $v_0 = 10 \text{ m/s}$. In quale direzione deve lanciarlo per raggiungere l'astronave? In quanto tempo la può raggiungere?

Esercizio 17

Una ruota di raggio $R = 0.5 \text{ m}$ e massa $M = 5 \text{ kg}$ rotola senza strisciare su di un piano inclinato partendo da una quota $h_0 = 1 \text{ m}$. Giunta al termine del piano inclinato ($h = 0 \text{ m}$) continua a rotolare senza strisciare a terra. Calcolare la velocità del suo centro di massa durante il rotolamento orizzontale.

Esercizio 18

Un uomo di massa $m = 70 \text{ kg}$ si trova al centro di un carrello rettangolare omogeneo di massa $M = 50 \text{ kg}$ inizialmente fermo e scorrevole senza attrito su un binario orizzontale. L'uomo si sposta, in direzione del binario, fino all'estremità del carrello che è lungo $L = 4 \text{ m}$. Trovare lo spostamento del carrello considerando l'uomo puntiforme. (R: 1.17 m)

Esercizio 19

Si consideri una ruota a forma di disco che rotola su di un piano orizzontale. La ruota è soggetta alla forza di attrito ed ad una forza costante \vec{F} , di verso opposto alla forza d'attrito, applicata in un punto ad una quota h da terra sulla verticale contenente il punto istantaneo di contatto con il terreno ed il centro di massa della ruota. Se R è il raggio del disco e il moto è di puro rotolamento determinare il rapporto h/R in modo che la forza di attrito sia nulla.

(Ris: $h/R = 3/2$)

Esercizi d'esame

Esercizio 1

Un proiettile cade verso terra partendo da fermo da un'altezza $h_i = \sqrt{\xi}/4m$. A terra si trova una sbarra AB lunga $\overline{AB} = 3\xi \cdot 10^{-2}m$ e di massa trascurabile. La sbarra è incernierata in un punto O , attorno al quale è libera di ruotare perpendicolarmente a terra tale che $\overline{AO} = 2 \cdot \overline{OB}$. All'estremità B è appoggiato un punto materiale di massa uguale al proiettile. Ad un certo istante il proiettile in caduta libera urta la sbarra nella sua estremità A , che si trova ad un'altezza $h_A = \frac{1}{2}h_i$ da terra, e vi si conficca. In quell'istante il corpo in B viene catapultato in senso ortogonale alla sbarra. Si determini l'altezza massima della sua traiettoria.

(Totale Forlì 19/06/2003)

Esercizio 2

Un punto materiale di massa m nota è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa $M_1 = 3m$ e angolo $\alpha = 10^\circ$. Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza h_0 rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa $M_2 = 4m$ e angolo $\beta = 20^\circ$, anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza h raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo.

(Totale Forlì 28/03/2003)

Esercizio 3

Un punto materiale $M = 0.1\text{ kg}$ è appeso al soffitto ad un'altezza h da terra tramite una molla allungata di $\Delta y = 10\text{ cm}$ rispetto alla lunghezza a riposo l_0 . Inizialmente il punto è fermo. Ad un certo istante viene urtato, in modo totalmente anelastico ed in senso longitudinale rispetto alla direzione in cui agisce la molla, da una particella di massa $m = 10\text{ g}$ lanciata da terra con velocità v_0 . Calcolare la frequenza di oscillazione del sistema dopo l'urto.

(Parziale Forlì Feb. 2003, Sol: $\nu = 1.502\text{ Hz}$)

Esercizio 4

Una ruota di massa M (vedi figura), il cui momento di inerzia rispetto all'asse passante per il centro di massa ed ortogonale al foglio vale $I = M(R^2 + r^2)/2$ con $r = (\xi + 1)R/2000$, viene lanciata su di un piano orizzontale in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della sferetta ha modulo v_0 e la sferetta ha solo moto traslatorio. Se t_r è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto $\rho \equiv v_{CM}(t_r)/v_0$ fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota a tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

(Totale Forlì 08/04/2005)

Esercizio 5

Un punto materiale di massa m si trova nel punto più alto di una guida circolare, priva di attrito, disposta verticalmente. Ad un certo istante una piccola perturbazione sposta il punto materiale che comincia a scorrere lungo la guida stessa. Determinare l'accelerazione del punto materiale quando raggiunge il punto più basso nell'ipotesi che il raggio della guida sia R_0 .

(Bologna 24/03/2005 - C1)

Esercizio 6

Un'asta omogenea di sezione costante trascurabile, lunghezza l e massa M , può ruotare su di un piano verticale attorno ad un perno coincidente con un suo estremo. L'asta, sorretta all'estremo libero, è inizialmente in quiete in posizione orizzontale. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità: il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse passante per il perno ed ortogonale al piano; il momento delle forze agenti sull'asta nell'istante in cui l'estremo libero viene abbandonato; l'accelerazione angolare dell'asta nello stesso istante.

(Bologna 24/03/2005 - C1)

Esercizio 7

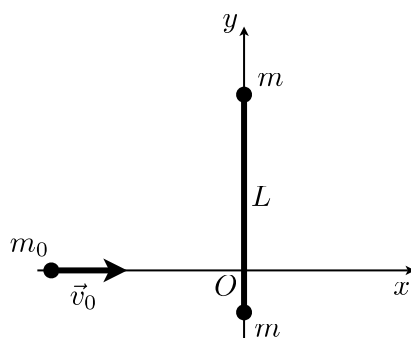
Un'asta omogenea di lunghezza L e massa M è in equilibrio sospesa nel suo punto di mezzo. Ad un certo istante di tempo un corpo puntiforme di massa m viene appoggiato ad una sua estremità. Calcolare il modulo dell'accelerazione angolare dell'asta nel medesimo istante.

(Bologna 19/07/2005 - C1)

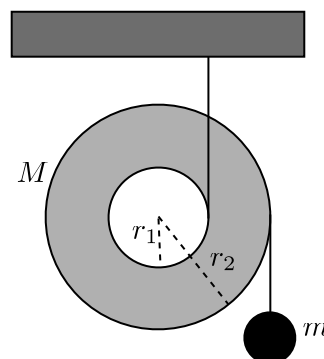
Esercizio 8

Due masse puntiformi uguali di valore $m = 1 \text{ kg}$ sono poste all'estremità di un'asticella di massa trascurabile rotante attorno ad un asse ad essa perpendicolare e passante per un punto distante $r_1 = 3m$ ed $r_2 = 4m$ dai suoi estremi. Calcolare la proiezione lungo l'asse del momento delle forze esterne agenti sul sistema nell'ipotesi che la velocità angolare dell'asta vari con il tempo secondo la legge $\omega = \alpha t$ ($\alpha = 0.2 \text{ s}^{-2}$).

(Bologna 28/06/2005 - C2)



F1,



F2,

Esercizio 9

Su un piano orizzontale e liscio sono collocate due particelle uguali di massa $m = 0.5 \text{ kg}$, tra di loro collegate da un'asta rigida di massa trascurabile e lunghezza $l = 60 \text{ cm}$. Il sistema è inizialmente in quiete. Una particella di massa $m_0 = 2m$ si muove sul piano con velocità \vec{v}_0 (di modulo $v_0 = 3m/s$) ortogonale all'asta ed urta quest'ultima anelasticamente rimanendovi conficcata in un punto distante $a = l/6$ da un suo estremo. Facendo riferimento al SR cartesiano Oxy (vedi Fig **F1**) in cui l'asse x coincide con la direzione ed il verso di \vec{v}_0 e l'asse y contiene l'asta nella sua posizione iniziale, calcolare: la velocità del centro di massa del sistema prima e dopo l'urto; la traiettoria del centro di massa dopo l'urto; il momento di inerzia del sistema dopo l'urto, calcolato rispetto all'asse baricentrico ortogonale al piano del moto; la velocità angolare del sistema dopo l'urto (riferirsi al centro di massa come centro di riduzione prima e dopo l'urto).

(Bologna 25/03/2004 - C3)

Esercizio 10

Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa M e raggio $R/2$. L'altro estremo della fune viene fissato al soffitto. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune (che rimane sempre tesa). Supponendo che non agiscano forze dissipative determinare le espressioni delle seguenti quantità: il momento d'inerzia; la velocità del centro di massa del disco dopo una caduta di lunghezza L ; l'accelerazione angolare istantanea del disco; la legge oraria dell'angolo che definisce l'orientazione del disco.

(Bologna 12/09/2005 - C1)

Esercizio 11

Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura **F2** costituito da un disco omogeneo di massa M dotato di due scanalature, poste a distanza r_1 ed r_2 dall'asse del disco ($r_1 < r_2$), all'interno delle quali può essere avvolto un filo. Nella ipotesi in cui una massa m sia sospesa attraverso un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e l'interno del dispositivo sia sospeso a sua volta mediante un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura interna determinare la condizione sulle masse m ed M affinché il disco sia in equilibrio, ed affinché il disco risalga lungo il filo.

(Bologna 11/09/2006 - C1)

Esercizio 12

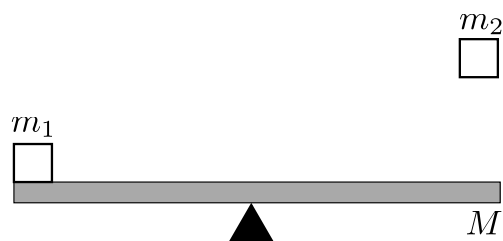
Si supponga che una stella che ruota con una velocità angolare ω_0 (attorno ad un suo asse di simmetria) cominci a collassare. In questo processo la stella riduce il proprio raggio dal valore iniziale R_0 a quello finale R e modifica la propria velocità angolare di rotazione da ω_0 ad ω , mentre mantiene inalterata la propria massa. Assimilando la stella ad una sfera piena di densità uniforme e sapendo che le forze che determinano il collasso sono tutte forze interne, calcolare l'espressione della nuova velocità angolare ω .

(Bologna 11/04/2006 - C1)

Esercizio 13

Un disco di raggio R , disposto su di un piano verticale, ruota liberamente attorno ad un asse perpendicolare passante per il suo centro con velocità angolare ω_0 . Ad un certo istante di tempo una forza di attrito di valore costante f_A viene applicata tangenzialmente al disco che viene fermato in un tempo pari a t_0 . Calcolare il momento d'inerzia del disco.

(Bologna 11/04/2006 - C1)



F3

Esercizio 14

Un sistema (vedi figura **F3**) è costituito da una bilancia, approssimabile con un'asta rigida omogenea di massa M e lunghezza L appoggiata su di un fulcro a metà della sua lunghezza. Su un estremo è appoggiato un corpo di massa m_1 . Inizialmente la bilancia è tenuta in equilibrio parallelamente al terreno da un fermo. Ad un certo istante un secondo oggetto di massa $m_2 = 2m_1/3$ cade dalla quota h sull'altro estremo ed il fermo viene rimosso. Supponendo che l'urto sia impulsivo calcolare: l'espressione della velocità v_0 della massa m_2 al momento del contatto, l'espressione della velocità v_f assunta dal corpo m_1 nell'istante successivo all'urto, la quota massima raggiunta da m_1 .

(Bologna 26/06/2006 - C2)