

# Esercizi di Statica

Esercitazioni di Fisica per ingegneri - A.A. 2011-2012

## Esercizio 1

Un punto materiale di massa  $m = 0.1 \text{ kg}$  (vedi FIG.1) è situato all'estremità di una sbarretta indeformabile, di peso trascurabile e lunghezza  $r = 0.1 \text{ m}$ . L'estremità opposta della sbarra è incernierata in  $O$  ad una parete verticale in modo tale che la sbarra stessa si possa muovere solo in senso verticale. A  $h = 0.2 \text{ m}$  da  $O$ , verticalmente sopra al punto, è fissato l'estremo di una molla ( $k = 50 \text{ N/m}$ ) di lunghezza a riposo pari a  $l = 0.12 \text{ m}$ . La molla è fissata al punto materiale nel suo estremo opposto.

- 1) Determinare, all'equilibrio statico, l'allungamento della molla  $\Delta l$ ;
- 2) L'intensità della reazione vincolare della sbarra  $|\vec{F}_r|$ .

(Ris:  $\Delta l = 0.016 \text{ m}$ ,  $|\vec{F}_r| = 1.15 \text{ N}$ )

## Esercizio 2

Date le masse  $m_1 = 10 \text{ kg}$  e  $m_2 = 5 \text{ kg}$  (vedi FIG.2) unite da un cavo inestensibile, di massa trascurabile e sapendo che  $\alpha = 30^\circ$ , determinare il valore minimo del coefficiente di attrito statico  $f$  della superficie orizzontale (si trascuri l'attrito per la superficie inclinata) affinché il sistema possa essere in equilibrio statico. Calcolare inoltre, in tali condizioni, la tensione del filo.

(Ris:  $0.25$ ,  $24.5 \text{ N}$ )

## Esercizio 3

Si considerino le tre masse della FIG.3. Sapendo che a causa dell'attrito statico il sistema è in equilibrio determinare il minimo coefficiente di attrito  $f$  compatibile con la condizione di equilibrio e le tensioni dei due cavi essendo  $m = 1 \text{ kg}$ .

(Ris:  $f = 1$ )

## Esercizio 4

Un corpo puntiforme (vedi FIG.4) si trova su di un piano, in assenza di attrito, inclinato di  $\alpha = \pi/4 \text{ rad}$  rispetto a terra ed è appoggiato ad una molla ( $k = 30 \text{ N/m}$ ) che agisce nella direzione di tale piano. Sapendo che la molla, per sorreggere il corpo, si accorcia di  $\Delta l = 0.1 \text{ m}$  calcolare la massa  $m$  del corpo stesso. Calcolare inoltre  $f$ , coefficiente di attrito statico minimo di un piano reale inclinato di  $\alpha = \pi/4 \text{ rad}$ , necessario a sorreggere il punto materiale dato in assenza della molla.

(Ris:  $m = 0.43 \text{ kg}$ ,  $f = 1$ )

### Esercizio 5

Due corpi di masse  $m_1$  e  $m_2$  (vedi FIG.5) con  $m_1 = \frac{m_2^2}{A}$ ,  $A = 2 \text{ kg}$  e  $m_2 < 2A$  sono uniti da un cavo inestensibile di massa trascurabile. Il corpo  $m_1$  è appoggiato ad un piano inclinato di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto a terra,  $m_2$  è sospeso nel vuoto e spinge in senso contrario rispetto a  $m_1$ . Sapendo che il sistema, grazie all'attrito statico del piano inclinato, è in equilibrio statico ed immaginando che la forza di attrito in tali condizioni sia ben approssimata dalla nota espressione  $|\vec{F}_a| = f|\vec{R}|$  con  $f = 0.5$  calcolare le masse dei due corpi.

(Ris:  $m_1 = 2.30 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2.14 \text{ kg}$ )

### Esercizio 6

Due piani inclinati (vedi FIG.6) si uniscono con continuità nella loro parte più alta. Sul piano 1, inclinato di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto al terreno, è appoggiato un corpo di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$ , sul piano 2, inclinato invece di  $2\alpha = 60^\circ$ , è appoggiato un corpo di massa  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ; i due corpi sono tenuti assieme da una corda inestensibile e di massa trascurabile che scivola senza attrito su una carrucola posta in cima ai piani. Il corpo  $m_2$ , inoltre, è tenuto da una molla ( $k = 20 \text{ N/m}$ ) che agisce parallelamente al piano inclinato 2 ed è fissata a terra nel suo secondo estremo. Calcolare, all'equilibrio, l'allungamento  $\Delta l$  della molla. Specificare chiaramente se la molla è allungata o è accorciata.

(Ris:  $\Delta l = 0.065 \text{ m}$  - allungata)

### Esercizio 7

Una sbarra di peso trascurabile è sostenuta da due funi verticali (vedi FIG.7). Da essa pendono quattro pesi rappresentati nella figura. Si determinino le tensioni delle funi.

(Ris:  $T_1 = 25.7 \text{ N}$ ,  $T_2 = 40.3 \text{ N}$ )

### Esercizio 8

Un corpo di massa  $M = 10 \text{ Kg}$  è sollevato tramite un sistema di carrucole di massa trascurabile (vedi FIG.8). Sapendo che il cavo, all'equilibrio, forma con il soffitto un angolo pari ad  $\alpha = \pi/6 \text{ rad}$  determinare il modulo della forza  $F$  necessaria per mantenere il sistema in quiete. Come varia questa forza in funzione di  $\alpha$ ?

(Ris:  $F = 98.1 \text{ N}$ ,  $F$  diminuisce all'aumentare di  $\alpha$ )

### Esercizio 9

Determinare per i sistemi di carrucole di massa trascurabile rappresentati nelle figure FIG.10, FIG.11, FIG.12 le tensioni e le forze necessarie a stabilizzare il sistema essendo la massa  $M = 100 \text{ Kg}$ . Immaginando, infine, che la forza stabilizzante sia diretta verso terra, determinare pure la reazione vincolare totale del soffitto.

## Esercizio 10

Si consideri il sistema di carrucole dell'esercizio 9 in FIG.10 e si aggiunga una molla con costante elastica  $k = 30 N/m$  (vedi FIG.9). Determinare l'allungamento della molla all'equilibrio.

## Esercizi d'esame

### Esercizio 1

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa  $m = 2 kg$  (vedi FIG.13) è appoggiato ad un piano inclinato rispetto a terra di  $\alpha = 30^\circ$  e lungo  $d = 2 m$ . Alle due estremità di tale piano sono fissate due molle ciascuna di lunghezza a riposo pari a  $l = 1 m$ . Le due molle sono pure fissate al corpo alla loro estremità libera. Sia  $k_1 = 20 N/m$  la costante elastica della molla fissata a terra e sia  $k_2 = 30 N/m$  la costante elastica della molla fissata in cima al piano inclinato. Determinare, all'equilibrio, la distanza  $h$  del corpo da terra.

(Parziale Forlì 7/2/2003, Ris:  $h = 0.402 m$ )

### Esercizio 2

Un punto materiale di massa  $m = 1.2 kg$  (vedi FIG.14) è fissato al soffitto tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile di lunghezza  $r = 1.2 m$  ed una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0 m$ ) e costante elastica  $k = 40 N/m$ . Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (a distanza  $r$  l'uno dall'altro) e nell'altra ad  $m$ . Calcolare, all'equilibrio, la distanza  $d$  del punto dal soffitto.

(Totale Forlì 28/3/2003, Ris:  $d = 0.286 m$ )

### Esercizio 3

I due corpi  $A$  e  $B$  di masse rispettivamente  $m_A = 2 \xi \cdot 10^{-3} Kg$  ed  $m_B = 3 \xi \cdot 10^{-3} Kg$  (vedi FIG.15) sono uniti con un cavo inestensibile di massa trascurabile. Il corpo  $B$  è appoggiato su un piano inclinato di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto a terra. Il corpo  $A$  è vincolato ad una parete tramite un'elastico che esercita su di esso una forza pari a  $F = -kx - hx^2$  con  $k = \xi/10 N/m$  e  $h = \sqrt{\xi}/5 N/m^2$  essendo  $x$  l'allungamento dell'elastico (il segno meno indica che la forza agisce in senso opposto all'allungamento  $x$ ). Calcolare, all'equilibrio, l'allungamento  $x$  dell'elastico e la tensione  $T$  del cavo.

(Totale Forlì 1/7/2003, Ris:  $x = (-k + \sqrt{k^2 + 2m_Bgh})/2h$ ,  $T = m_Bg/2$ )

### Esercizio 4

Un punto materiale di massa  $m = \sqrt{\xi} \cdot 10^{-3} kg$  è situato all'estremità di una sbarretta indeformabile, di peso trascurabile e lunga  $h = \sqrt{\xi}/5 m$ . L'estremità opposta della sbarra è incernierata in  $O$  ad una parete verticale in modo tale da permetterle solo di ruotare su un piano verticale ortogonale alla parete stessa. Ad una distanza  $h$  da  $O$ , verticalmente sopra di esso, è fissato l'estremo di una molla ( $k = 5\sqrt{\xi} N/m$ ) di lunghezza a riposo pari a  $l = \frac{\xi}{4} \cdot 10^{-2} m$ . La molla è fissata al punto materiale nel suo estremo opposto. Determinare, all'equilibrio statico, l'allungamento  $\Delta l$  della molla.

(Totale Forlì 19/6/2003, Ris:  $\Delta l = mgl/(kh - mg)$ )

### Esercizio 5

Una massa  $M = (\xi + 1)/500 \text{ kg}$  è sorretta dal sistema di carrucole illustrato nella figura (FIG. 16). Ad equilibrare tale massa contribuiscono rispettivamente una molla di costante elastica  $k = (\xi + 1)^2/10 \text{ N/m}$  ed una massa  $m = 3M^2/4$  appoggiata su di un piano inclinato di  $\alpha = \pi/6 \text{ rad}$  rispetto a terra con attrito trascurabile. Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico

- 1) il modulo della reazione vincolare del soffitto ;
- 2) la deformazione  $\delta l$  della molla (utilizzando il segno positivo per l'allungamento e il negativo per accorciamento);
- 3) il modulo della reazione vincolare del piano inclinato nel punto in cui è fissata la carrucola.

(Parziale Forlì 8/2/2005)

### Esercizio 6

Una sbarra rigida di massa trascurabile e lunghezza pari a  $L$  è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili, anch'essi di massa trascurabile (FIG. 17). Alla sbarra sono attaccati tre pesi  $\vec{P}_1 = (\xi + 1)/500 \text{ N}$ ,  $\vec{P}_2 = 5 \text{ N}$ ,  $\vec{P}_3 = (\xi + 1)^2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$  a distanza rispettivamente  $L/3$ ,  $2L/3$ ,  $L$  dall'estremo sinistro della sbarra stessa. Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

(Parziale Forlì 8/2/2005)

### Esercizio 7

Un'asta rigida di massa trascurabile, libera di ruotare attorno ad un asse normale al piano del foglio e passante per O (FIG.18), si trova in equilibrio nella situazione mostrata in figura. Determinare, in funzione della distanza  $x$  da O, la reazione vincolare fornita dal cuneo nell'ipotesi che l'asta abbia lunghezza  $L$  ed  $M$  sia la massa sul suo estremo.

(Bologna C2-21/03/2006)

### Esercizio 7

Un punto materiale cui sono applicate tre forze si trova all'equilibrio. Nell'ipotesi in cui le componenti cartesiane, espresse in Newton, di due forze siano  $\vec{f}_1 = (2, 3, 0)$  e  $\vec{f}_2 = (-1, -4, 0)$  determinare il modulo della terza forza.

(Bologna C1-12/09/2005)

### **Esercizio 8**

Un'asta omogenea di lunghezza  $L$  e massa  $M$ , incernierata alla base, è appoggiata ad una parete verticale priva di attrito (FIG. 19). Determinare la reazione vincolare della parete nella ipotesi che l'inclinazione dell'asta rispetto alla parete valga  $\theta$ .

*(Bologna C2-11/09/2006)*

### **Esercizio 9**

Un corpo di massa  $m$  è tenuto sospeso da due funi che formano, con la verticale, angoli di 30 e 60 gradi rispettivamente. Esprimere, in funzione delle quantità date, le loro tensioni.

*(Bologna C1-15/04/2004)*

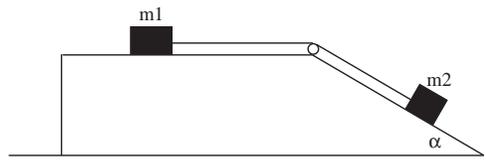
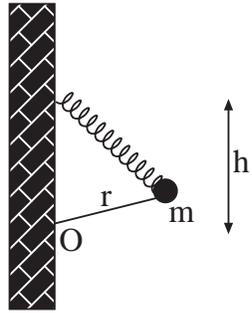


FIG. 1 e 2

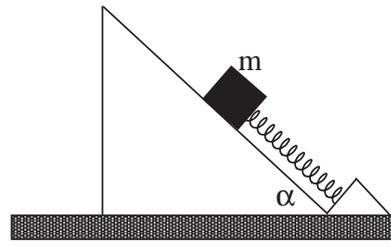
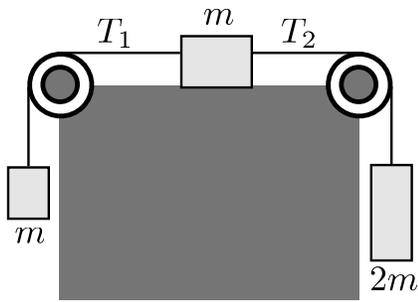


FIG. 3 e 4

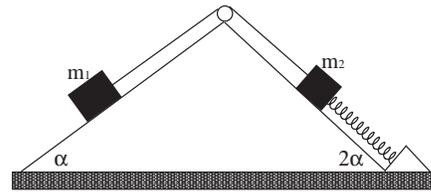
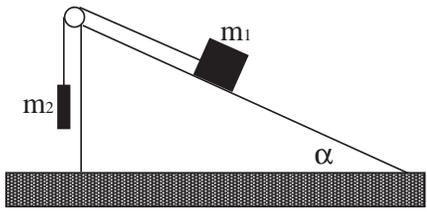


FIG. 5 e 6

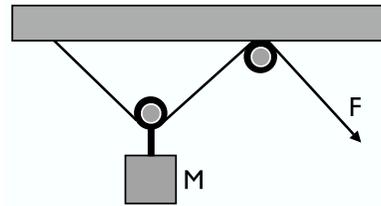
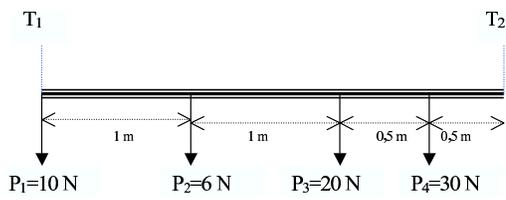


FIG. 7 e 8

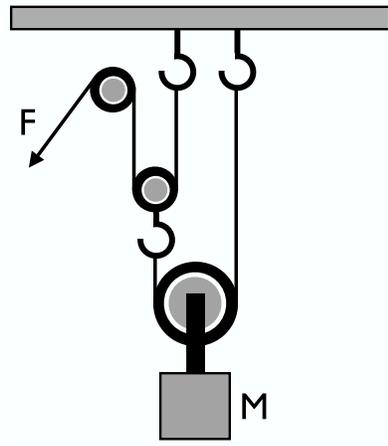
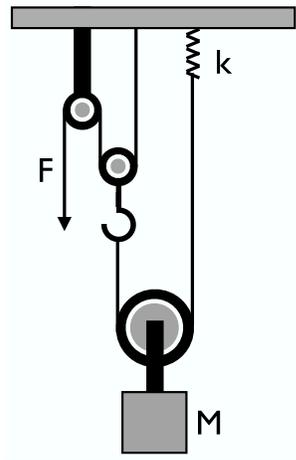


FIG. 9 e 10

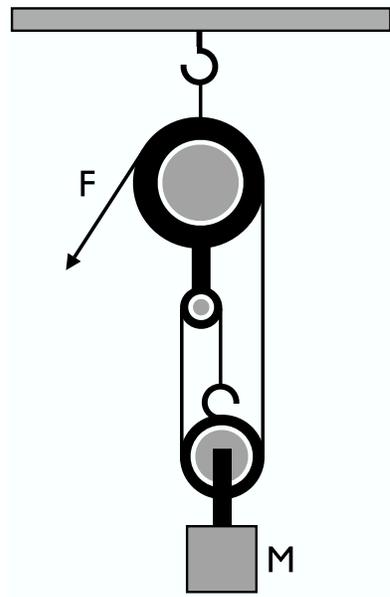
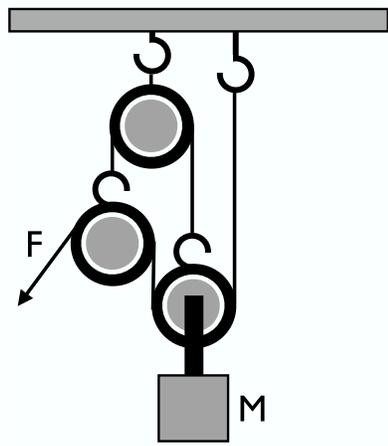


FIG. 11 e 12

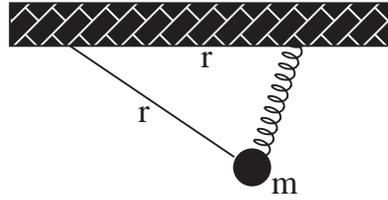
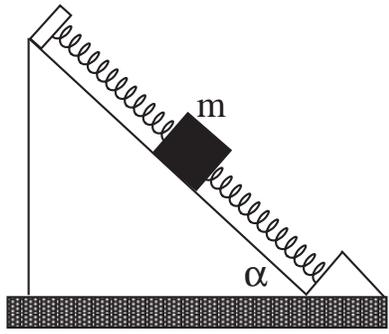


FIG. 13 e 14

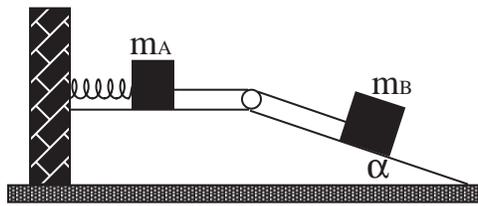


FIG. 15

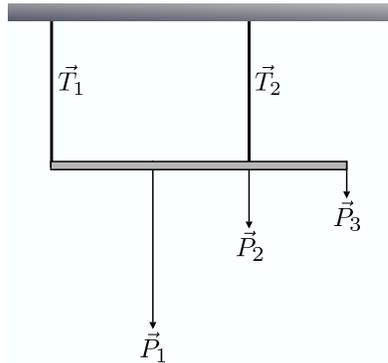
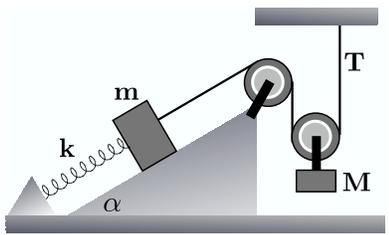


FIG. 16 e 17

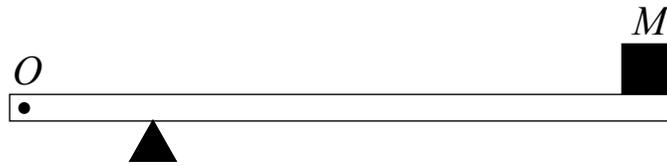


FIG. 18

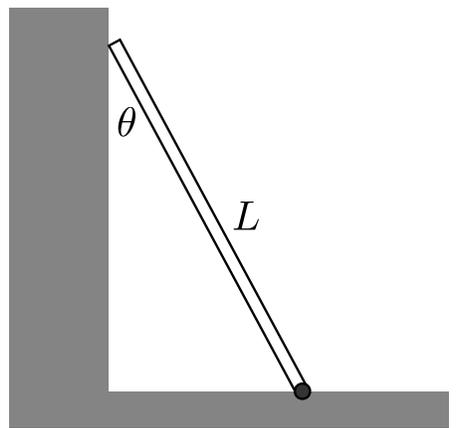


FIG. 19