

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

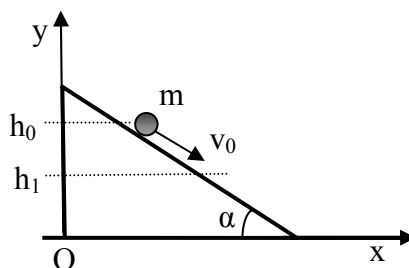
(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/4/2005


(2)

Un punto materiale di massa m scivola lungo un piano liscio inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Oltre alla forza peso, lungo il piano inclinato agisce una forza $\vec{F} = -\beta\vec{i}$ costante e diretta orizzontalmente con $\beta = 2mg$. Il punto materiale parte con velocità $v_0 = \sqrt{2g(h_0 - h_1)}$ da un'altezza h_0 e si arresta ad un'altezza $h_1 < h_0$.

- Verificare se la forza \vec{F} è conservativa e calcolare eventualmente l'espressione dell'energia potenziale ad essa associata.
- Determinare l'espressione del lavoro compiuto dalla risultante delle forze sul punto materiale.
- Determinare il valore dell'angolo α .



Quesiti

- Un punto materiale di massa $m = 1 \text{ Kg}$ si muove nello spazio sotto l'azione del campo di forze conservativo $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ [$\alpha = 0.4 \text{ N}$]. Esso parte, con una velocità di modulo $v_1 = 3 \text{ m/s}$, dalla posizione di coordinate $P_1 = (4, 2, 1) \text{ m}$ ed arriva nella posizione di coordinate $P_2 = (3, 1, 1) \text{ m}$. Determinare: il lavoro compiuto dalla forza \vec{F} ed il valore della velocità del punto materiale nel punto P_2 .
- Uno sciatore avente una massa inerziale $m = 80 \text{ Kg}$ si trova fermo nel punto di mezzo di un ponte avente raggio di curvatura $\rho = 30 \text{ m}$.

Determinare la reazione vincolare che deve fornire il ponte. Determinare la reazione vincolare che deve fornire il ponte quando lo sciatore transita per il suo punto di mezzo con una velocità di modulo $v = 54 \text{ Km/h}$.
- Un disco omogeneo di raggio $R = 50 \text{ cm}$, libero di ruotare attorno ad un asse normale al piano del disco e passante per il suo centro, è soggetto ad una forza di modulo $F = 40 \text{ N}$ applicata tangenzialmente al bordo del disco. Determinare il momento d'inerzia del disco nella ipotesi che la sua accelerazione angolare abbia modulo pari a $\dot{\omega} = 2 \text{ rad/s}^2$.
- Un punto materiale di massa $M = 500 \text{ g}$ è attaccato all'estremo libero di una molla appesa al soffitto. Dilatando la molla di un tratto $\Delta y = 30 \text{ cm}$ il punto materiale transita per la posizione di equilibrio con una velocità di modulo $v = 2 \text{ m/s}$. Determinare la costante elastica della molla.

Soluzione LA3

Problema

a) $\text{rot } \vec{F} = \vec{0}$;
 $dV = -\vec{F} \cdot d\vec{s} = -(-\beta, 0, 0) \cdot (dx, dy, dz) = \beta dx$
 $V = \int \beta dx = \beta x + C$ scegliendo di annullare il potenziale quando $x=0$ si ha $C=0$ e
quindi $V = \beta x$

b)
$$L = \int_0^1 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_0^1 (-\beta, -mg, 0) \cdot (-dy \cotg \alpha, dy, 0) =$$
$$= (\beta \cotg \alpha - mg) \int_0^1 dy = (\beta \cotg \alpha - mg)(h_1 - h_0)$$

c)
$$L = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}m2g(h_0 - h_1) = -mg(h_0 - h_1)$$
$$(\beta \cotg \alpha - mg)(h_1 - h_0) = -mg(h_0 - h_1)$$
$$\cotg \alpha = \frac{2mg}{\beta} = \frac{2mg}{2mg} = 1 \quad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

Q1 $U(x, y, z) = -\alpha(x + y + z) \quad L_{P_1P_2} = -\alpha(3 + 1 + 1 - 4 - 2 - 1) = 0.8 \text{ J}$
$$L_{P_1P_2} = T(3, 1, 1) - T(4, 2, 1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{m}L_{P_1P_2} + v_1^2} = \sqrt{\frac{2}{1}0.8 + 9} = 3.26 \text{ m/s}$$

Q2 $R - mg = 0 \quad R = mg = 80 \cdot 9.8 = 784 \text{ N}$
$$R - mg = m\left(\frac{v^2}{\rho}\right) \quad R = m\left(g + \frac{v^2}{\rho}\right) = 80\left(9.8 + \frac{15^2}{30}\right) = 1384 \text{ N}$$

Q3 $\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I_\omega \dot{\omega} \quad I_\omega = \frac{|\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e|}{|\dot{\omega}|} = \frac{|FR|}{|\dot{\omega}|} = \frac{40 \cdot 0.5}{2} = 10 \text{ Kg m}^2$

Q4 $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Ky^2$
$$E_{in} = E_{fin} \quad \frac{1}{2}K\Delta y^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad K = \frac{mv^2}{\Delta y^2} = \frac{0.5 \cdot 4}{0.09} = 22.2 \text{ N/m}$$