

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

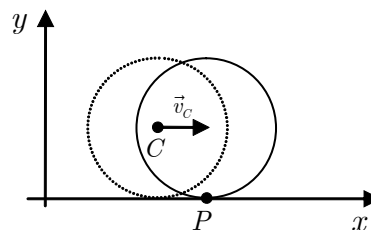
INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e
DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

23/7/2004

(2)

Un disco sottile e omogeneo di raggio R e massa M è appoggiato con una delle sue facce su un piano orizzontale perfettamente liscio su cui può muoversi liberamente. Inizialmente il disco si muove di moto traslatorio e il suo centro di massa possiede la velocità $\vec{v}_C = v_C \vec{i}$ (v. figura).



Ad un certo istante il disco resta agganciato in un punto del suo bordo ad un punto fisso P del piano e comincia a ruotare attorno all'asse verticale passante per P , che funziona come una cerniera ideale. Determinare le espressioni delle seguenti quantità:

- il modulo della velocità angolare ω_P assunta dal disco;
- l'impulso che il vincolo P trasferisce al disco nell'istante in cui si verifica l'aggancio;
- l'accelerazione del centro di massa a partire dall'istante dell'aggancio.

Quesiti

- Perché nel moto di un satellite attorno ad un pianeta si può dire che si conserva il momento della quantità di moto del satellite rispetto al pianeta? E cosa si può dire della quantità di moto?
- Due oggetti aventi velocità iniziali $\vec{v}_1 = \frac{3m}{s} \vec{i}$, $\vec{v}_2 = -\frac{4m}{s} \vec{i}$ si urtano e si allontanano con velocità finali $\vec{v}'_1 = -\frac{2m}{s} \vec{i}$, $\vec{v}'_2 = \frac{5m}{s} \vec{i}$. Può essersi trattato di un urto elastico? Perché?
- Ai capi di una asticella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L sono fissate due masse puntiformi di valore m_1 ed m_2 . Determinare il momento angolare del sistema nella ipotesi che questo ruoti con velocità angolare costante ω attorno ad un asse normale all'asticella e passante per il suo centro.
- Definire il momento d'inerzia e discuterne il significato fisico.

Soluzione LA2

Problema

a) Il momento delle forze esterne rispetto al polo di riduzione P è sempre nullo per cui possiamo affermare che si conserva il momento della quantità di moto. Avremo dunque

$$\begin{aligned}\vec{v}_C &= v_C \vec{i} \\ \vec{K}_{iniz}^{(P)} &= (C - P) \wedge M v_C \vec{i} = R \vec{j} \wedge M v_C \vec{i} = -M v_C R \vec{k} \\ \vec{K}_{fin}^{(P)} &= -I_P \omega_P \vec{k}; \quad I_P = \frac{3}{2} M R^2 \\ M v_C R &= \frac{3}{2} M R^2 \omega_P \\ \omega_P &= \frac{2}{3} \frac{v_C}{R}\end{aligned}$$

b) La differenza tra la quantità di moto finale e quella iniziale vale

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \Delta \vec{Q} = M(\vec{v}'_C - \vec{v}_C); \quad \vec{v}'_C = -\omega_P \vec{k} \wedge R \vec{j} = \omega_P R \vec{i} \\ J &= M \omega_P R - M v_C = M \frac{2}{3} v_C - m v_C = -M \frac{v_C}{3}\end{aligned}$$

$$c) \quad \vec{a}_C = \omega_P^2 R \frac{(P - C)}{|P - C|}$$

Q1: Le forze in gioco sono solo interne per cui si ha assumendo il pianeta come polo di riduzione $\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{v}_\Omega \wedge \vec{P} = 0$. D'altra parte $\vec{P} = 0$ per cui $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ e quindi $\vec{L} = \overrightarrow{\text{cost}}$.

Q2: Sì: $|v'_1 - v'_2| = |v_1 - v_2|$, il coefficiente di restituzione è uguale a 1.

Q3:

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r}_1 \wedge m_1 \vec{v}_1 + \vec{r}_2 \wedge m_2 \vec{v}_2 = (-L/2 \vec{i}_R) \wedge m_1 \omega \vec{k} \wedge (-L/2 \vec{i}_R) + (L/2 \vec{i}_R) \wedge m_2 \omega \vec{k} \wedge (L/2 \vec{i}_R) = \\ &= (m_1 + m_2) \frac{L^2}{4} \vec{k}\end{aligned}$$

