Esercizi Termodinamica

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2003-2004

Esercizio 1

Determinare il volume occupato da $m = 10\,g$ di ossigeno (peso molecolare $M = 32\,g/mole$) alla pressione di $1\,atm$ e alla temperatura di $480°K$. (R: $12.3\,l$)

Soluzione

Una mole di ossigeno pesa $32g$ quindi $10g$ di ossigeno corrispondono a

$$n = \frac{10g}{32g}\,moli.$$

In equilibrio, nell'ipotesi che l'ossigeno sia sufficientemente rarefatto e possa quindi descriversi come un gas perfetto, l'equazione di stato

$$pV = nRT$$

permette di mettere in relazione i suoi parametri termodinamici. Il volume che la quantità data di ossigeno occupa è:

$$V = \frac{nRT}{P}$$

Esercizio 2

Calcolare la variazione di energia interna di un sistema termodinamico che compie un lavoro $L = 150\,J$ e assorbe $50\,cal$. (R: $59.3\,J$)

Soluzione

Dalla conservazione dell'energia:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$

si calcola la sua variazione quando $\Delta Q = 50\,cal$ (da convertire in Joule) e $\Delta L = 150\,J$.

Esercizio 4

Una certa quantitá di gas monoatomica, inizialmente a pressione $p_1 = 24.3\,atm$ e a temperatura $T_1 = 900°K$ si espande adiabaticamente e quasi-staticamente finché la pressione raggiunge un valore $p_2 = 3.2\,atm$. Calcolare la temperatura finale. (R: $400°K$)

Soluzione

Quando un sistema termodinamico si espande adiabaticamente, per definizione, non assorbe nè cede calore: $\delta Q = 0$. Questo significa che parte della sua energia interna viene convertita in lavoro durante l'espansione. In forma infinitesima, dunque, la conservazione dell'energia si scrive:

$$dU = -\delta L = -pdV.$$

Se la trasformazione adiabaticaè pure quasistatica, ad ogni istante il sistema si può immaginare in equilibrio, quindi vale la relazione $pV = nRT$ in ciascun istante durante la trasformazione. Quindi:

$$dU = -\frac{nRT}{V}dV.$$

La variazione dell'energia interna di un gas perfetto vale sempre $nc_V dT$ quindi, sostituita nella relazione precedente:

$$nc_V dT = -\frac{nRT}{V}dV$$

che, portando T al primo membro (dividere per nT) ed tenendo presente che nel caso di gas monoatomici $c_V = 3R/2$ darà

$$\frac{3}{2}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}.$$

Integrando dal punto iniziale al punto finale della trasformazione entrambi i membri ottengo, infine

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Al posto di V_1 e V_2, tenendo conto che $p_1V_1 = nRT_1$ e $p_2V_2 = nRT_2$ posso sostituire

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} = \frac{T_1p_2}{T_2p_1}$$

da cui, con un po' di algebra, si ottiene T_2 in funzione di T_1, p_1 e p_2 che sono dati nelle ipotesi.

Esercizio 5

Una certa quantitá di gas reale, inizialmente a volume $V_1 = 2\,l$ e a pressione $p_1 = 1.5\,atm$ compie una trasformazione quasi-statica espandendosi a pressione costante fino ad un volume $V_2 = 10\,l$. Calcolare il lavoro compiuto dal gas. (R: $12\,l \cdot atm$)

Soluzione

Il lavoro compiuto per definizione è

$$\Delta L = \int_1^2 p_1 dV = p_1 \int_1^2 dV = p_1(V_2 - V_1)$$

Esercizio 14

In un recipiente dale pareti adiabatiche vengono mescolati $m_1 = 50\,g$ di acqua alla temperatura di $T_1 = 20°C$ e $m_2 = 80\,g$ di acqua alla temperatura di $T_2 = 85°C$. Calcolare la temperatura finale in equilibrio. (R: $60°C$)

Soluzione

Il sistema costituito dalle due masse d'acqua non cede nè assorbe energia sotto forma di calore o lavoro con l'esterno. Quindi la sua energia totale (ovvero la sua energia interna) si conserva

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

Le due masse, tuttavia, trovandosi a temperatura differente, si scambieranno calore e quindi ΔU_1 e ΔU_2, considerate singolarmente, subiranno modificazioni. Alla fine dello scambio di calore le due masse si troveranno in equilibrio termico ad una temperatura comune uguale T_f. La variazione dell'energia interna al solito modo si scrive come $m_1 c(T_f - T_i)$ (per m_1) essendo $m_1 c$ la capacità termica della massa d'acqua m_1. Quindi, in totale:

$$m_1 c(T_f - T_1) + m_2 c(T_f - T_2) = 0$$

che, risolta nella variabile T_f risolve il problema.

Esercizio 15

Una mole di gas perfetto monoatomico é contenuta in un cilindro adiabatico, chiusa da un pistone mobile senza attrito di area A e di massa m. Il cilindro é inizialmente orizzontale e il gas occupa un volume V_0 ed é alla temperatura T_0. Si pone lentamente il cilindro verticale, in modo che il gas compia una trasformazione quasi-statica. Calcolare il volume finale nella nuova configuarzione di equilibrio nel caso in cui lo stantuffo sia in alto, e nel caso in cui sia in basso. (R: $V_0(1 \pm \frac{mgV_0}{ART_0})^{-1/\gamma}$)

Soluzione

Inizialmente il cilindro è steso, quindi la pressione interna deve bilanciare esattamente la sola pressione atmosferica che, dall'esterno, preme sulla sua base mobile e tiene chiuso il cilindro. Quindi $p_0 = 1\,atm$. Quando, invece il cilindro è in verticale, ed il suo coperchio è in alto, il peso di tale coperchio grava, oltre alla pressione atmosferica, sul gas che quindi deve equilibrare la somma di queste due pressioni. In particolare la pressione dovuta alla forza peso del pistone vale:

$$p_p = \frac{mg}{A}.$$

Questa constatazione mi permette di sapere la pressione finale del sistema, dopo che è ruotato quasistaticamente. Visto che, durante tale trasformazione, il sistema non scambia calore con l'esterno essa si può considerare adiabatica quasistatica. Lo stato iniziale è completamente noto, in quello finale conosciamo la pressione, quindi, utilizzando la solita relazione per trasformazioni adiabatiche di gas monoatomici, possiamo calcolare il volume finale.