Fisica Generale LB

Prof. Mauro Villa

Esercizi di elettrostatica nel vuoto

A - Forza di Coulomb, campi elettrici

1. $|\vec{F}| = 0.079\,N$, diretta verso Q_2.
2. $F_e/F_g = 2.23 \cdot 10^{39}$.
3. 1) non esiste un raggio minimo; in meccanica *classica* per ogni raggio dell'orbita esiste una velocità di rotazione opportuna in grado di soddisfare il II principio della dinamica; 2) $v = 2.25 \cdot 10^6$ m/s.
4. $F_c = 6.39$ N, $m = 0,652$ kg.
5. $Q_c = -Q/\sqrt{3} = -12.7\,\mu C$; equilibrio instabile.
6. $\vec{F} = -\frac{Qqd}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2+d^2/4)^{(3/2)}}\hat{k}$
7. $Q_2 = -9Q_1 = -54\,\mu C$.
8. $|F| = \sqrt{2}(4-\sqrt{2})\frac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 L^2}$, diretta verso la carica di ugual segno.
9. 1) $Q_1 = 29.5\,\mu C$, 2) $Q_1 = 28.3\,\mu C$.
10. $Q = 222\,nC$.
11. $|\vec{E}| = \frac{Q\,h}{4\pi\varepsilon_0\,(R^2+h^2)^{3/2}}$, diretto lungo l'asse.
12. $|\vec{E}| = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\,\frac{\sqrt{R^2+h^2}-h}{\sqrt{R^2+h^2}}$, diretto lungo l'asse.
13. Siano $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ i versori dei cateti; 1) $\vec{F} = \frac{-Q'\hat{\imath}-Q\hat{\jmath}}{4\pi\varepsilon_0 L^2}$; 2) $Q' = 0$.
14. 1) $y = \frac{qE}{2m}\,\frac{x^2}{v_o^2}$; 2) $t = \frac{mv_0}{qE}$.
15. $F/L = \frac{\lambda_1\,\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 d}$.

B - Dipoli elettrici

1. $\vec{F} = \frac{pE_o}{2a}\,\hat{\jmath}$; $\vec{F} = p(\partial\vec{E}/\partial y)$.
2. $\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$; Il centro di riduzione O non è rilevante in quanto la risultante di tutte le forze agenti sul dipolo é nulla.

C - Complementi di analisi vettoriale

1. $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 3$, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{r}/r) = 2/r$, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{r}/r^3) = 0$, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = 0$, $\vec{\nabla} \cdot [\vec{A} \wedge (\vec{r} \wedge \vec{B})] = 2\vec{B} \cdot \vec{A}$.
2. $\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{r}) = \vec{A}$, $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{r}) = 2\vec{r}$, $\vec{\nabla} 1/r = \vec{r}/r^3$, $\vec{\nabla}[\vec{A} \cdot (\vec{r} \wedge \vec{B})] = \vec{B} \wedge \vec{A}$.
3. $\vec{\nabla} \wedge \vec{r} = \vec{0}$, $\vec{\nabla} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = 2\vec{\omega}$, $\vec{\nabla} \wedge (\vec{r}/r^3) = \vec{0}$.
4. $\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla}\phi) = \vec{0}$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = 0$.

D - Flusso del campo elettrico e legge di Gauss

1. $\Phi_{ABCD} = \alpha L^4/4$, $\Phi_{cubo} = \alpha L^4$.
2. $\Omega = 2\pi(1 - cos\theta)$.
3. 1) $\rho = -2.66 \cdot 10^{-10}\, C/m^3$, 2) $Q = -8.91 \cdot 10^{-12}$ C; 3) $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$.
4. 1) $\rho(\vec{r}) = 5\varepsilon_0 A r^2$ per $|\vec{r}| \leq R$, $\rho(\vec{r}) = 0$ per $|\vec{r}| > R$; 2) $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\,\vec{r}$, con $Q = 4\pi\varepsilon_0 A R^5$.
5. 1) $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\,\hat{r}$; 2) $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\, R^3}\,\vec{r}$.
6. $\vec{E} = -\frac{AL^3}{6\varepsilon_0}\,\hat{\imath}$ per $x < 0$, $\vec{E} = \frac{A}{3\varepsilon_0}(x^3 - \frac{L^3}{2})\,\hat{\imath}$ per $0 < x < L$, $\vec{E} = \frac{AL^3}{6\varepsilon_0}\,\hat{\imath}$ per $x > L$.
7. No, in quanto $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \neq 0$.
8. $\vec{E} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 L^2}\hat{n}$, in quanto ad 1 cm dal centro, la piastra è assimilabile ad un piano carico infinito.
9. $\vec{E}(r) = a\left(\frac{r}{3} - \frac{r^3}{5R^2}\right)\hat{r}$ per $r < R$; $\vec{E}(r) = \frac{2aR^3}{15r^2}\hat{r}$ per $r > R$.

E - Potenziali

1. 1) $\Delta V = 56.2$ kV; 2) $\mathcal{L} = 0.112$ J; il lavoro compiuto si ritrova come aumento dell'energia potenziale delle due cariche.

2. 1) $v_1 = 0.232$ m/s, $v_2 = 0$; 2) $v_1 = v_2 = 0.164$ m/s; 3) $v_1 = 0$, $v_2 = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d M_2}} \gg 0.23$ m/s.

3. .

4. 1) $V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln \frac{r}{r_0}$.

5. $\rho = -\varepsilon_o \nabla^2 V = -6\varepsilon_o A/r^5$.

6. $\rho = -\varepsilon_o \nabla^2 V = -\lambda^2 \varepsilon_o A \exp(-\lambda\, r)/r$.

7. $U_e = -\vec{p} \cdot \vec{E}$.