

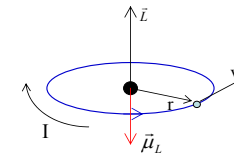
Parte IV: Spin e fisica atomica

- Atomo in un campo magnetico
- Esperienza di Stern e Gerlach
- Spin dell'elettrone
- Interazione spin orbita e doppietti spettrali
- Spin e statistica

60

Atomo in un campo magnetico

Effetto classico: precessione di Larmor

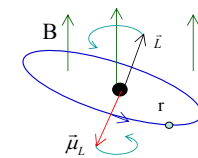


$$\text{Corrente: } I = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v}$$

$$\text{Momento magnetico: } \mu = IA = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2m_e} L$$

$$\text{Momento di dipolo magnetico (orbitale) di un elettrone: } \vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

$$\text{Momento della forza: } \vec{M} = \vec{\mu}_L \wedge \vec{B}$$



$$\vec{M} = \vec{\mu}_L \wedge \vec{B} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{B} \wedge \frac{e}{2m_e} \vec{L} = \vec{\omega} \wedge \vec{L}$$

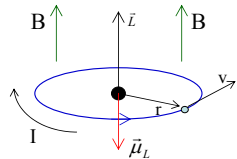
$$\vec{\omega} = \frac{e\vec{B}}{2m_e}$$

Precessione responsabile del diamagnetismo di alcuni materiali

61

Atomo in un campo magnetico

Effetto classico: precessione di Larmor



$$\text{Corrente: } I = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v}$$

$$\text{Momento magnetico: } \mu = IA = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2m_e} L$$

$$\text{Momento di dipolo magnetico (orbitale) di un elettrone: } \vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

Stesso risultato (ma molti più conti) nella **Numero quantico magnetico**

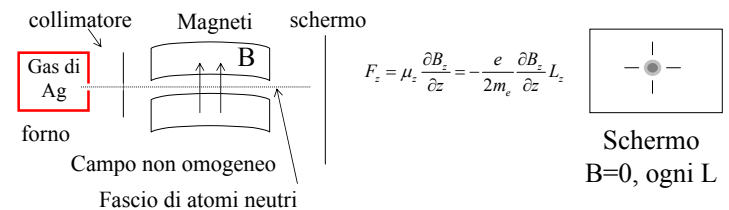
$$\text{Potenziale dell'interazione momento-campo magnetico: } U \approx -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B}$$

$$\text{Forza: } \vec{F} = -\nabla U = \nabla(\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z) \rightarrow F_z \approx \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\text{Quantizzazione della forza: } F_z \approx \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = \left(-\frac{e}{2m_e} L_z\right) \frac{\partial B_z}{\partial z} = \left(-\frac{e}{2m_e} m\hbar\right) \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{eh}{2m_e} \frac{\partial B_z}{\partial z} m$$

Esperienza di Stern e Gerlach

E' possibile osservare la quantizzazione della forza?



| dB/dz > 0, risultati attesi | | | dB/dz > 0, risultato ottenuto | |
|-----------------------------|---------------|------------------|-------------------------------|------------|
| | | | | con Ag e H |
| L=0 | L=1, classico | L=1, quantistico | L=0 | |

Spin dell'elettrone

- Si ha lo stesso risultato dell'esperienza di Stern-Gerlach con idrogeno e argento ($L=0$) anche con elettroni isolati!
Interpretazione. L'effetto e' dovuto ad una nuova proprietà degli elettroni: lo spin

Lo spin si comporta come un momento angolare intrinseco delle particelle. Gli elettroni hanno spin $\frac{1}{2}$:

$$\vec{s}_e : \quad s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar, \quad |\vec{s}_e|^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \hbar^2 = \frac{3}{4} \hbar^2 \quad \mu_s \cong -2 \frac{e}{2m_e} \vec{s}$$

Anche protoni e neutroni hanno spin $\frac{1}{2}$.

Gli spin degli elettroni, dei protoni, dei neutroni si compongono con il momento angolare orbitale per dare il momento angolare totale dell'atomo (J).

64

Struttura fine ed iperfine dei livelli degli atomi

- I livelli energetici con stesso n e diverso l sono degeneri solo in prima approssimazione

Le proprietà relativistiche del sistema aggiungono due termini di potenziale legato allo spin delle particelle:

$$\text{Interazione spin-orbita: } U_{LS} = k \vec{L} \cdot \vec{s}_e \quad (\text{struttura fine, } 0,02\%)$$

Rimuove la degenerazione in L

$$\text{Interazione spin-spin: } U_{SS} = k \vec{s}_e \cdot \vec{s}_p \quad (\text{struttura iperfine, più piccola})$$

Rimuove la degenerazione su un dato livello

Nella soluzione completa dell'atomo di idrogeno
NON si hanno livelli degeneri

65

Interazione spin-orbita e doppietti del sodio

Sodio: Na $11e^-$: Struttura atomica $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ (Ne) $3s^1 3p^0$

Nello stato fondamentale $3s^1$: $l=0$, $s=\frac{1}{2}\hbar$ $\vec{J} = \vec{s}_e \rightarrow j = \frac{1}{2}$

Momento angolare totale: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{s}_e \rightarrow |\vec{J}|^2 = j(j+1)\hbar^2$, $J_z = j_z \hbar$, $-j \leq j_z \leq +j$

Nel primo stato eccitato $3p$: $l=1$, $s=\frac{1}{2}\hbar$

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{s}_e$ Le direzioni dei vettori sono imponenti!

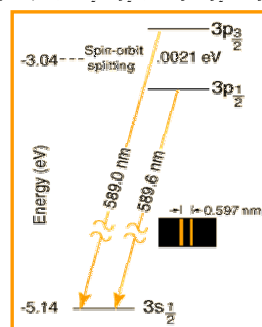
In generale, si hanno 2 soluzioni:

$$j = l - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad j = l + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

L'interazione spin-orbita $U_{LS} = k \vec{L} \cdot \vec{s}_e$
differenzia l'energia di questi due livelli

Si parla allora di orbitali $nX_j: 3p_{1/2}, 3p_{3/2}$

Negli spettri di emissione le righe diventano doppietti, tripletti....



66

Particelle identiche

Perché tutti gli elettroni di un atomo non stanno nel livello fondamentale $1s$?

Osservazione: per un osservatore esterno gli atomi e le particelle sono indistinguibili. Es: non posso distinguere tra loro due elettroni

Se ho un sistema quantistico con due elettroni, la probabilità dovrà essere simmetrica per lo scambio dei due elettroni.

$$\psi(x_1, x_2) \rightarrow P(x_1, x_2) = |\psi(x_1, x_2)|^2 \text{ in generale non simmetrica per } x_1 \leftrightarrow x_2$$

$$\text{Simmetrizzazione: } \psi_S(x_1, x_2) = \psi(x_1, x_2) + \psi(x_2, x_1)$$

$$\rightarrow P(x_1, x_2) = |\psi_S(x_1, x_2)|^2 \text{ è simmetrica}$$

$$\text{Antisimmetrizzazione: } \psi_A(x_1, x_2) = \psi(x_1, x_2) - \psi(x_2, x_1)$$

$$\rightarrow P(x_1, x_2) = |\psi_A(x_1, x_2)|^2 \text{ è simmetrica}$$

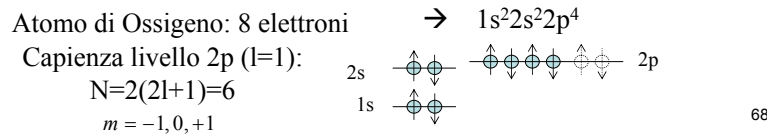
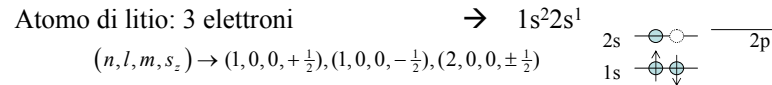
67

Teorema spin e statistica

Teorema spin e statistica: per avere una teoria coerente (...) occorre che più particelle a spin $\frac{1}{2}$ (semintero, fermioni) abbiano una funzione d'onda **antisimmetrica**.

(per completezza: spin intero, bosoni \rightarrow funzione simmetrica)

Conseguenze: in ogni stato quantico posso mettere **uno ed un solo fermione**. Se nella descrizione dello stato quantico trascuro lo spin, allora posso mettere 2 elettroni per stato quantico.



68

Teorema spin-statistica: conseguenze

- Gli elettroni in un atomo si collocano su livelli energetici diversi; ogni singolo livello puo' ospitare solo due elettroni con spin opposti;
- I protoni ed i neutroni sono fermioni; in un nucleo ogni livello energetico puo' ospitare solo due fermioni identici
- Due fermioni possono accoppiarsi in un sistema a spin intero (bosone) \rightarrow superconduttività.

69

Applicazioni dello spin

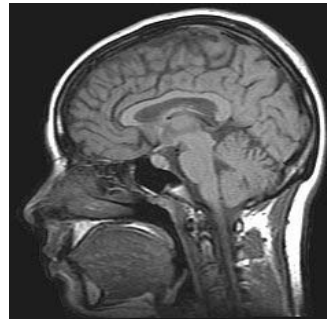
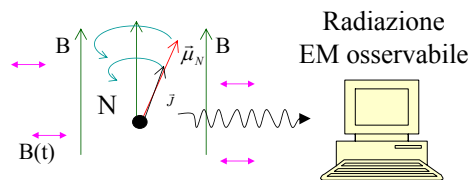
- I protoni, i neutroni e gli elettroni hanno tutti spin $\frac{1}{2}$.

- Allo spin e' associato un momento magnetico: $\vec{\mu}_s \cong -g \frac{e}{2m} \vec{s}$

L'eccitazione del momento magnetico di un protone tramite un campo magnetico esterno ne puo' rivelare la presenza.

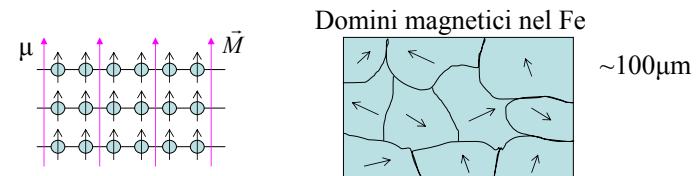
Risonanza magnetica nucleare

In un campo magnetico intenso B_1 , si mette un campo B oscillante $B(t) \rightarrow$



Effetti di spin: ferromagnetismo e magneti naturali

- Ogni atomo e' dotato globalmente di un momento angolare totale e di un momento magnetico totale.
- L'interazione spin-spin nel ferro e' tale da allineare i momenti angolari totali degli atomi vicini e quindi i momenti magnetici
- Si ha allora una magnetizzazione macroscopica!



Nei magneti naturali (magnetite: Fe_3O_4) un dominio magnetico corrisponde a tutto il metallo

71