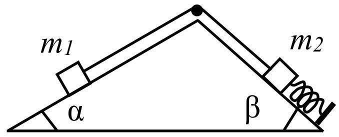
Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE - RAVENNA

prof. M. Villa

19/06/2009

(1)



Esercizio 1: Un sistema meccanico è composto da due blocchi di massa m_1 = 60 kg ed m_2 = 20 kg giacenti su di un doppio piano inclinato privo di attrito, di angoli α = 30° e β = 45°. I corpi sono collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo liscio, come in figura e la massa m_2 è vincola ad un estremo di una molla ideale di costante elastica k e massa trascurabile. In condizione di equilibrio la molla risulta espansa di un tratto Δl = 0.2 m.

a) Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due blocchi m_1 ed m_2.

b) Calcolare il valore della costante elastica della molla.

Esercizio 2: Un sasso viene lanciato verso l'alto con una velocità di modulo v_0 = 5 m/s e direzione inclinata di 45° rispetto all'orizzontale da una torre alta h =8 m. Calcolare:

a) la distanza rispetto alla base della torre a cui cade il sasso;

b) la velocità del sasso nell'istante immediatamente precedente all'impatto con il suolo.

Esercizio 3: Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\vec{\imath} + 2\beta(z-y)\vec{\jmath} + 2\beta y\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

Esercizio 4: Su di un piano orizzontale si muovono quattro punti materiali di massa e velocità rispettivamente:

$$M_1 = 2m \quad \vec{v}_1 = -v_0\vec{\imath}; \qquad M_3 = 3m \quad \vec{v}_3 = 2v_0\vec{\imath};$$
$$M_2 = m \quad \vec{v}_2 = v_0\vec{\jmath}; \qquad M_4 = m \quad \vec{v}_4 = -4v_0\vec{\jmath};$$

Supponendo che ad un certo istante si urtino in modo completamente anaelastico, calcolare:

a) la velocità finale del sistema dopo l'urto;

b) la variazione di energia cinetica del sistema.

Domande:

1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della meccanica.

2) Descrivere il moto armonico e farne un esempio.

Soluzioni compito 1

Esercizio 1

$$\vec{T}+\vec{P}_1+\vec{R}_1=0 \qquad \begin{cases}-m_1 g\sin\alpha+T=0\\ -m_1 g\cos\alpha+R_1=0\end{cases} \qquad \begin{cases}T=m_1 g\sin\alpha\\ R_1=m_1 g\cos\alpha\end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{P}_2+\vec{R}_2+\vec{F}_{el}=0 \qquad \begin{cases}m_2 g\sin\beta+k\Delta l-T=0\\ R_2-m_2 g\cos\beta=0\end{cases} \qquad \begin{cases}m_2 g\sin\beta+k\Delta l-m_1 g\sin\alpha=0\\ R_2=m_2 g\cos\beta\end{cases}$$

$$k\Delta l=-m_2 g\sin\beta+m_1 g\sin\alpha \Rightarrow k=\frac{g\left(m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta\right)}{\Delta l}=388.5\,\text{N/m}$$

Esercizio 2

Esercizio 3

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}; \qquad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z}=2\beta=\frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=+\alpha x+\beta y^2-2\beta yz=\alpha x+\beta y\left(y-2z\right)$$

$$[\alpha]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow \text{N}$$

$$[\beta]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow \frac{\text{N}}{m}$$

Esercizio 4

a) $$\vec{Q}_{Tot}^{in}=\vec{Q}_{Tot}^{fin}\Rightarrow\begin{cases}-2mv_0+6mv_0=\left(2m+m+3m+m\right)v_x\\ mv_0-4mv_0=\left(2m+m+3m+m\right)v_y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4\cancel{m}v_0=7\cancel{m}v_x\\ -3\cancel{m}v_0=7\cancel{m}v_y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_x=\dfrac{4}{7}v_0\\ v_y=-\dfrac{3}{7}v_0\end{cases}$$

b) $$\Delta E_c=E_c^f-E_c^i=\frac{1}{2}7m\left(\frac{16+9}{49}\right)v_0^2-\frac{1}{2}\left(2mv_0^2+mv_0^2+3m\cdot 4v_0^2+m\cdot 16v_0^2\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{25}{7}mv_0^2-31mv_0^2\right)=-\frac{96}{7}mv_0^2$$

Esame scritto di Fisica Generale T

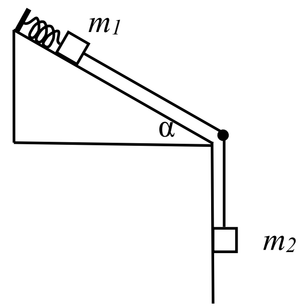
INGEGNERIA EDILE - RAVENNA

prof. M. Villa

19/06/2009

(2)

Esercizio 1: Il sistema meccanico rappresentato in figura è composto da due blocchi di massa $m_1 = 20$ kg ed $m_2 = 10$ kg collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) deflessa da un piolo liscio. La massa m_1 giace su di un piano privo di attrito, inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale ed è agganciata ad un estremo di una molla ideale, di costante elastica k e massa trascurabile. In condizioni di equilibrio la molla risulta dilatata di un tratto $\Delta l = 0.2$ m.



a) Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due corpi.

b) Calcolare il valore della costante elastica della molla.

Esercizio 2: Un sasso viene lanciato verso il basso con una velocità di modulo $v_0 = 3$ m/s e direzione inclinata di 30° rispetto all'orizzontale da una torre alta $h = 7$ m. Calcolare:

a) il tempo impiegato dal sasso per raggiungere il suolo;

b) l'energia cinetica posseduta dal sasso nell'istante immediatamente precedente all'impatto con il terreno.

Esercizio 3: Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(2z - y)\vec{\imath} - (\alpha x + 2\beta)\vec{\jmath} + 2\alpha x\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

Esercizio 4: Un punto materiale di massa $M = 4m$ si muove su di un piano orizzontale con velocità $\vec{v} = 2v_0\vec{\imath} - v_0\vec{\jmath}$. Ad un certo istante si divide in due parti di massa $M_1 = m$ e $M_2 = 3m$. Sapendo che dopo l'urto la massa M_1 si muove con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{\jmath}$ determinare:

a) la velocità della massa M_2;

b) l'energia rilasciata nell'esplosione.

Domande:

1) Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.

2) Enunciare il teorema delle forze vive.

Soluzioni compito 2

Esercizio 1

$$\vec{F}_{el}+\vec{T}+\vec{R}+\vec{P}_1=0\Rightarrow\begin{cases}T+P_1\sin\alpha-F_{el}=0\\ R-P_1\cos\alpha=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}F_{el}=\dfrac{1}{2}P_1+T\\ R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}P_1\end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{P}_2=0\Rightarrow T-P_2=0\Rightarrow T=P_2$$

$$F_{el}=k\Delta l=\frac{1}{2}P_1+P_2=\left(\frac{1}{2}m_1+m_2\right)g \quad\Rightarrow\quad k=\left(\frac{1}{2}m_1+m_2\right)\frac{g}{\Delta l}=981\text{N/m}$$

Esercizio 2

Esercizio 3

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=-\alpha=\frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z}=2\alpha=\frac{\partial F_z}{\partial x};\quad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=\alpha xy+2\beta y-2\alpha xz=\alpha x(y-2z)+2\beta y$$

$$[\alpha]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow\frac{\text{N}}{m}\qquad [\beta]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow\text{N}$$

Esercizio 4

a) $$\vec{Q}_{Tot}^{in}=\vec{Q}_{Tot}^{fin}\Rightarrow\begin{cases}4m\cdot 2v_0=3mv_x\\ -4mv_0=m\cdot 2v_0+3mv_y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_x=\dfrac{8}{3}v_0\\ v_y=-2v_0\end{cases}$$

b) $$\Delta E_c=E_c^f-E_c^i=\frac{1}{2}4m(4+1)v_0^2-\frac{1}{2}\left(m4v_0^2+3m\left(\frac{64}{9}+4\right)v_0^2\right)=\frac{1}{2}\left(20-4-\frac{100}{3}\right)mv_0^2=-\frac{26}{6}mv_0^2$$